Olimpiadi Svizzere di Fisica

Prima selezione

Lugano, 16 gennaio 2013

Prima parte	**:**	**Multiple Choice – 16 domande**
Seconda parte	**:**	**Problemi – 3 domande**
Materiale autorizzato	:	Calcolatrice non programmabile Materiale per scrivere e disegnare

Buon lavoro !

Supported by :
Alpiq AG
Staatssekretariat für Bildung und Forschung
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Merck Serono S.A. (Genf)
Metrohm Striftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
Schnelli Thermographie, Schaffhausen
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Domanda 1

Il rapporto $\left|\frac{q}{m}\right|$ tra la carica q e la massa m di un elettrone è:

a) zero
b) lo stesso che per un protone
c) lo stesso che per un neutrone
d) maggiore di quello per un protone
e) minore di quello per un protone

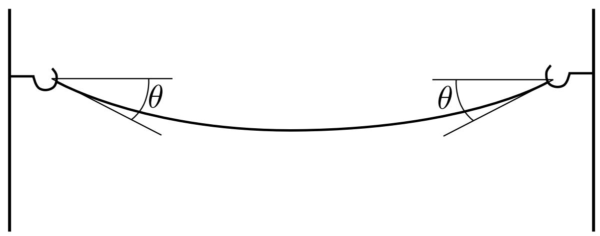
Domanda 2

Durante l'esplorazione di un altro pianeta, un astronauta ha costruito un pendolo con una sfera di metallo sospesa ad una cordicella. Misurando la lunghezza della corda e il periodo d'oscillazione (per piccole oscillazioni) può quindi determinare:

a) la durata di un giorno di quel pianeta
b) la massa della sfera di metallo
c) il momento d'inerzia della sfera di metallo
d) l'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta
e) la distanza dalla Terra

Domanda 3

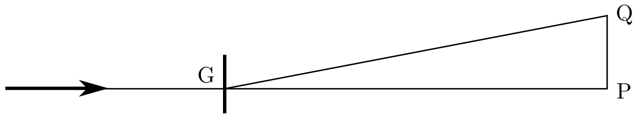
Una corda di massa m è sospesa a due ganci fissi posti alla stessa altezza (vedi disegno). Nei punti in cui è fissata, la corda forma un angolo θ con l'orizzontale. Qual è la tensione della corda nel suo punto più basso?



a) 0
b) $\frac{mg}{2}$
c) $\frac{mg}{2\tan\theta}$
d) $mg\cos\theta$
e) $\frac{mg}{\sin\theta}$

Domanda 4

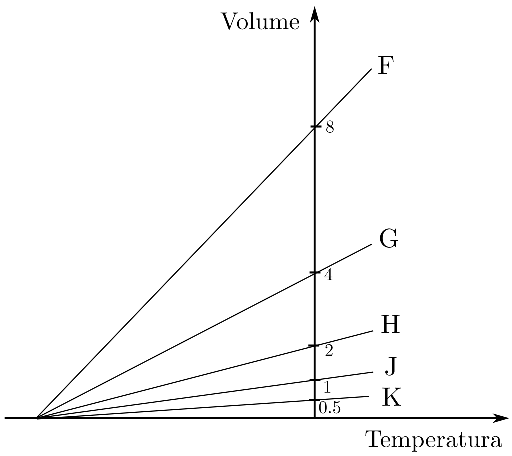
Luce monocromatica incide perpendicolarmente su un reticolo di diffrazione G. Sullo schermo posto dietro il reticolo, il massimo centrale si trova nel punto P e il massimo di primo ordine si trova nel punto Q. L'angolo PGQ è piccolo (vedi disegno). Come varia la distanza tra P e Q sullo schermo se il reticolo di diffrazione si riduce in tutte le direzioni dell'1%.



a) Aumenta dell'1%
b) Aumenta dello 0.5%
c) Non cambia
d) Deminuisce dello 0.5%
e) Deminuisce dell'1%

Domanda 5

Una certa quantità di gas ideale di massa m subisce un'espansione a pressione costante p. La retta H del grafico indica questa espansione. Quale retta rappresenta l'espansione di una massa doppia $2m$ di gas a pressione costante $\frac{p}{2}$?



a) La retta F

b) La retta G

c) La retta H

d) La retta J

e) La retta K

Domanda 6

Un sasso viene lanciato verso l'alto. Il sasso raggiunge l'altezza massima h al tempo t. Trascurando l'attrito dell'aria, a quale altezza si trovava al tempo $\frac{t}{2}$?

a) $\frac{h}{4}$

b) $\frac{h}{3}$

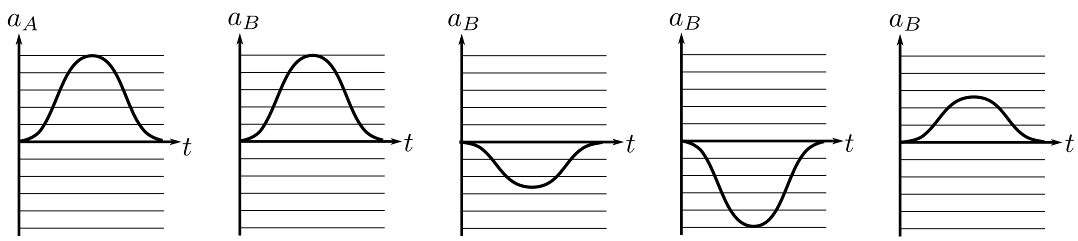
c) $\frac{h}{2}$

d) $\frac{2h}{3}$

e) $\frac{3h}{4}$

Domanda 7

Due corpi A e B entrano in collisione. B ha massa doppia di A. Il grafico a sinistra mostra l'andamento dell'accelerazione di A in funzione del tempo. Quale dei quattro altri grafici mostra l'andamento dell'accelerazione di B in funzione del tempo?



a) b) c) d)

Domanda 8

Il numero di molecole presenti in una normale aula di classe è approssimativamente:

a) 10^9

b) 10^{15}

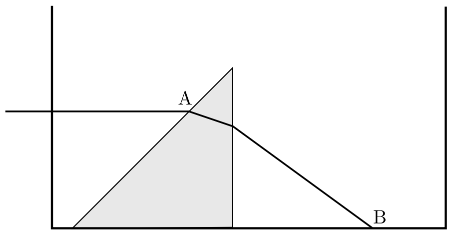
c) 10^{23}

d) 10^{28}

e) 10^{35}

Domanda 9

Un prisma di vetro è posto sul fondo di una (vedi figura). Un raggio di luce proveniente da sinistra incontra il prisma nel punto A, viene rifratto e incide sul fondo della vaschetta nel punto B. Si riempie in seguito la vaschetta con dell'acqua in modo che il prisma è completamente immerso nell'acqua. Sapendo che l'indice di rifrazione del vetro è maggiore di quello dell'acqua, dove raggiungerà il fondo della vaschetta il raggio di luce?



a) Il raggio di luce arriva ancora nel punto

b) Il raggio di luce arriva tra il punto B e il prisma

c) Il raggio di luce è meno rifratto e arriva a destra oltre B

d) Il raggio di luce è totalmente riflesso nel punto A.

e) Nessuna risposta è corretta

Domanda 10

Una pigna e ghianda cadono a terra allo stesso istante. La velocità iniziale è nulla e l'attrito dell'aria può essere trascurato. La pigna cade da un'altezza tre volte maggiore di quella della ghianda e impiega il tempo T per arrivare a terra. Quanto tempo impiega la ghianda per arrivare a terra?

a) $\frac{T}{3}$

b) $\frac{T}{\sqrt{3}}$

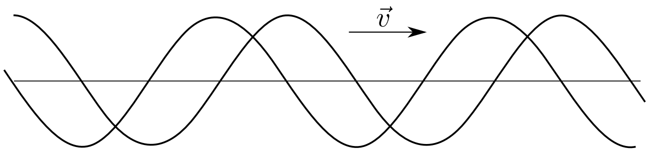
c) $T\sqrt{3}$

d) $3T$

e) Nessuna risposta è corretta

Domanda 11

La figura mostra due onde della stessa ampiezza X e della stessa lunghezza d'onda λ che si propagano nella stessa direzione. La prima onda precede di un quarto di lunghezza d'onda rispetto alla seconda. Cosa si può dire dell'ampiezza dell'onda risultante?



a) L'ampiezza è nulla

b) L'ampiezza vale $2X$

c) L'ampiezza è tra 0 e X

d) L'ampiezza è tra X e $2X$

e) L'ampiezza è tra $2X$ e $3X$

Domanda 12

Una sorgente radioattiva ha una vita media di un'ora. Quanto tempo occorre affinché la sua attività sia $\frac{1}{30}$ del valore iniziale?

a) 3 ore

b) 5 ore

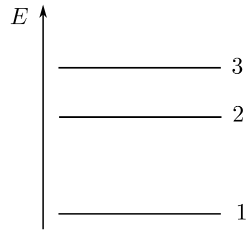
c) 15 ore

d) 30 ore

e) Nessuna di queste risposte

Domanda 13

Lo schema mostra i livelli energetici di un determinato atomo. La differenza di energia tra il livello 1 e il livello 2 è doppia di quella tra il livello 2 e il livello 3. Quando un elettrone ricade dal livello 3 al livello 2, viene emesso un fotone di lunghezza d'onda λ.



Quale(i) altra(e) lunghezza(e) d'onda risulta(no) dalle transizioni tra i tre livelli energetici?

a) solo $\frac{\lambda}{2}$

b) $\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{3}$

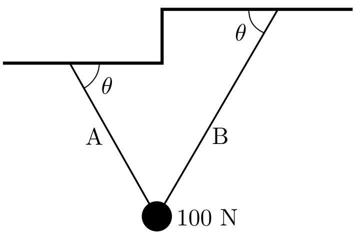
c) solo 2λ

d) 2λ e 3λ

e) Nessuna di queste risposte

Domanda 14

Una sfera di peso 100 N è appesa con due corde come indicato nel disegno. Cosa si può dire della tensione delle due corde ?



a) La tensione delle due corde vale 50 N

b) La tensione delle due corde è la stessa e vale meno di 50 N

c) La tensione delle due corde è la stessa e vale più di 50 N

d) La tensione della corda A è maggiore di quella della corda B

e) La tensione della corda A è minore di quella della corda B

Domanda 15

Si considerino due stelle A et B. Il raggio della stella A è due volte maggiore di quello di B. La temperatura sulla superficie di A è due volte maggiore di quella sulla superficie di B. Quanto vale il rapporto $\frac{P_A}{P_B}$ tra le energie irraggiate dalle due stelle?

a) 4

b) 8

c) 16

d) 32

e) 64

Domanda 16

A ogni giro completo di pedale, un ciclista compie un lavoro di 200 J. Con questo lavoro la bicicletta si è spostata di 5 m. La massa totale del ciclista e della bicicletta è di 100 kg. Quanto vale l'accelerazione?

a) $0.10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

b) $0.25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

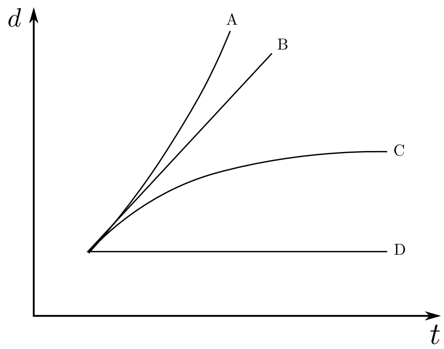
c) $0.40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

d) $0.80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

e) $1.25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Domanda 17

Due blocchi di uguale massa scivolano lungo una rampa con accelerazione costante. Il primo blocco parte al tempo $t = 0$, il secondo blocco parte dallo stesso punto di partenza un secondo più tardi. Quale curva rappresenta meglio la distanza tra i due blocchi d in funzione del tempo t ?



a) Curva A

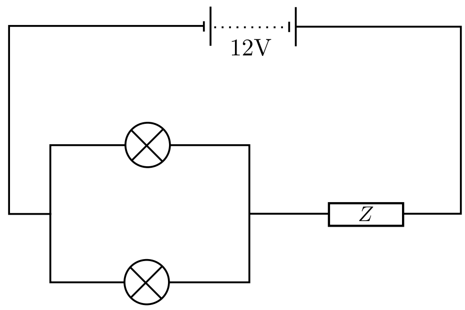
b) Curva B

c) Curva C

d) Curva D

Domanda 18

Ciascuna delle due lampade inserite in parallelo nel circuito della figura ha resistenza R. Normalmente sono inserite in serie e collegate a un generatore di tensione 6V. Quanto deve essere grande la resistenza Z affinché le lampade brillino con la stessa intensità di quando sono montate in serie?



a) $\frac{R}{2}$

b) R

c) $\frac{3R}{2}$

d) $\frac{7R}{2}$

e) 0

Domanda 19

Se si raddoppia l'intensità di corrente che percorre un lungo solenoide e si raddoppia anche la sua lunghezza, mantenendo uguale il numero di spire, allora il campo magnetico all'interno del solenoide:

a) diventa quattro volte maggiore

b) diventa due volte minore

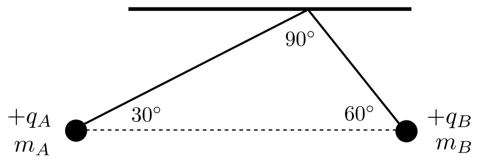
c) resta invariato

d) risulta diviso per quattro

e) nessuna di queste risposte è corretta

Domanda 20

Due sfere con carica positiva q_A e q_B sono appese a due fili sottili come indicato in figura. Gli angoli del triangolo che si ottiene sono di 30°, 60° e 90°. Le sfere hanno massa m_A e m_B. Determinare il rapporti tra le masse :



a) $\frac{m_B}{m_A} = \sqrt{3}$

b) $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

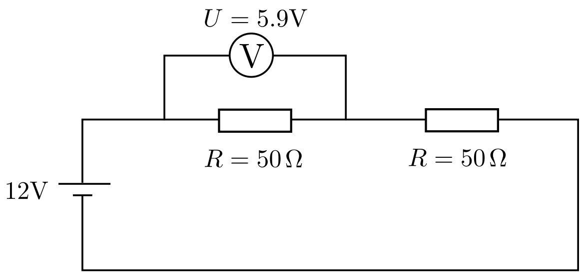
c) $\frac{m_B}{m_A} = 3$

d) $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{m_B}{m_A} = 1$

Domanda 21

Lo schema in figura rappresenta un circuito con due resistenze identiche di valore ciascuna 50 Ω. Il generatore di tensione fornisce una tensione costante continua di 12 V. Il voltmetro indica una tensione di 5.9 V ai capi di una resistenza. Quanto vale la resistenza interna del voltmetro?



a) 0 Ω

b) 50 Ω

c) 1.5 kΩ

d) 3 kΩ

e) ∞

Domanda 22

Il bosone di Higgs permette di spiegare

a) l'origine della carica elettrica delle particelle

b) l'origine della massa delle particelle

c) l'origine del peso delle particelle

d) l'origine dello spin delle particelle

e) Nessuna di queste risposte

Domande Multiple Choice : foglio delle risposte

Durata: 60 minuti
Valutazione: 16 punti (1 punto per ogni risposta esatta)
Segna la risposta esatta, facendo una crocetta sulla casella predisposta.
Per ogni domanda c'è solo una risposta esatta.

Inserire le risposte nelle caselle di questa pagina. Per ogni domanda vi è una sola risposta corretta. Rispondete a 16 delle 22 domande poste. Indicate con una croce le 6 domande per le quali non intendete indicare la risposta. **Se scegliete meno di 6 domande da non valutare, saranno detratti i punti corrispondenti al numero di risposte giuste!**

Cognome	:
Nome	:
Totale	:

	a)	b)	c)	d)	e)	da non valutare
Domanda 1	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 2	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 3	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 4	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 5	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 6	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 7	☐	☐	☐	☐		☐
Domanda 8	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 9	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 10	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 11	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 12	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 13	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 14	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 15	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 16	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 17	☐	☐	☐	☐		☐
Domanda 18	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 19	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 20	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 21	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domanda 22	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Problemi teorici

Durata : 120 minuti
Valutazione : 48 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	c	=	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	=	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Costante di Planck	h	=	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Carica elementare	e	=	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Costante gravitazionale	G	=	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Accelerazione terrestre	g	=	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Numero di Avogadro	N_A	=	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k_B	=	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	=	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$
Massa dell'elettrone	m_e	=	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Massa del protone	m_p	=	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Massa del neutrone	m_n	=	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Esercizio 1 : Elettromagnetismo *(16 punti)*

Parte A. Electricità (10 punti)

Si consideri una placca conduttrice piana posta sul piano $z = 0$ e una carica positiva puntiforme Q posta nel punto $(x, y, z) = (0, 0, h)$. Per determinare il campo elettrico generato da questa carica si può utilizzare il metodo delle cariche immagine: si immagina che la placca non ci sia più e sia sostituita da una carica $-Q$ posta nel punto $(0, 0, -h)$.

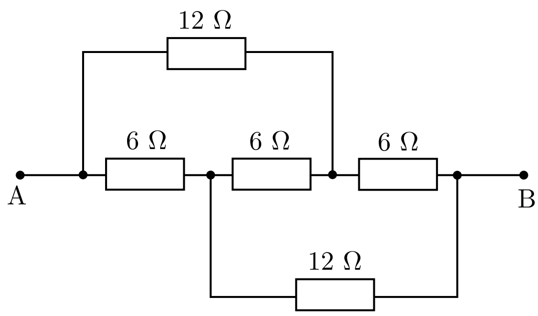
i. (5 pt) Calcolare con l'aiuto del metodo delle cariche immagine il campo elettrico in un punto qualsiasi della superficie della placca conduttrice. Indicare e commentare la direzione del campo elettrico che avete ottenuto. Si poteva attendere un risultato analogo senza svolgere il calcolo?

ii. (3 pt) Calcolare il lavoro necessario per portare la carica Q dal punto $(0, 0, h)$ nel punto $(0, 0, 2h)$.

iii. (2 pt) Calcolare il lavoro per portare la carica Q dalla posizione $(0, 0, h)$ a una distanza infinita dalla placca conduttrice.

Parte B. Circuiti (6 punti)

i. (6 pt) Calcolare la resistenza equivalente tra i punti A e B del circuito riportato in figura. *Nota*: si consiglia di utilizzare le leggi di Kirchhoff.



Esercizio 2 : Il viaggio interplanetare di Curiosity *(16 punti)*

Il rover Curiosity della missione Mars Science Laboratory (MSL) ha fatto il giro di tutti i media l'anno scorso per aver effettuato un atterraggio spettacolare ed aver inviato delle immagini senza precedenti dal pianeta rosso. In questo problema studieremo la parte più facile del suo viaggio.

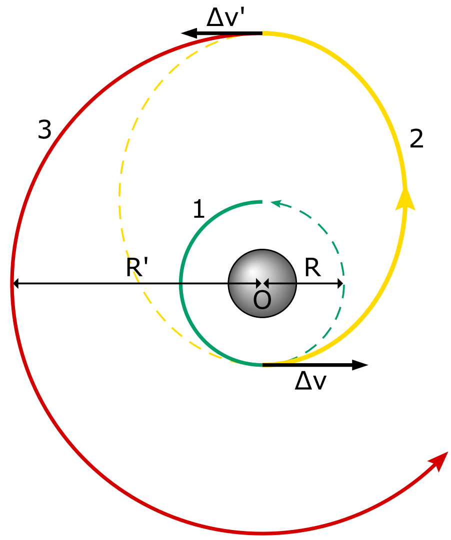
L'energia meccanica totale di un sistema gravitazionale costituita da un corpo di massa m e da un altro di massa M che orbitano uno attorno all'altro è data da

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2a},$$

dove r è la distanza tra i centri di massa di questi due corpi e a è la media temporale di r. Nel caso che $m \ll M$, si può eliminare il secondo termine, e la traiettoria del corpo di massa m descrive praticamente un'orbita ellittica di cui un fuoco è occupato dal corpo di massa M e il cui semiasse maggiore vale a. In più, la terza legge di Keplero afferma che il quadrato del periodo di rivoluzione T di un piccolo corpo è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'ellissi,

$$T^2 \propto a^3.$$

Una volta che un veicolo spaziale, per esempio quello della missione MSL, è fuggito all'attrazione terrestre e si trova nella stessa orbita della Terra attorno al sole, un'orbita praticamente circolare, lo si può far raggiungere l'orbita di Marte utilizzando "un'orbita di transito". Vale a dire, un'orbita eccentrica che congiunge le due orbite circolari della Terra e di Marte. La soluzione più economica (in termini di carburante) è il trasferimento di Hohmann (vedi disegno) caratterizzato da un'orbita ellittica tangente (invece che secante) alle due orbite planetarie (di raggio R e R' rispettivamente). Questa soluzione implica due spinte istantanee o quasi (grazie a dei motori che forniscono una grande forza molto rapidamente) che si traducono in variazioni di velocità Δv e $\Delta v'$ per prima uscire dall'orbita della Terra e in seguito portare il vascello nell'orbita di Marte.



In questo problema trascureremo tutti gli aspetti che riguardano l'attrazione della Terra e di Marte per concentrarci sull'orbita di trasferimento di Hohmann. In realtà, MSL ha anche dovuto abbandonare la Terra all'inizio del suo viaggio e mettersi in orbita attorno a Marte per concludere il suo viaggio; due fasi relativamente complicate dal punto di vista della navigazione spaziale.

Per i calcoli numerici ci sarà bisogno della distanza Terra-Sole $R = 1\,\mathrm{UA} = 149 \times 10^6$ km, e della distanza Marte-Sole $R' = 1,5\,\mathrm{UA}$.

i. (1.5 pt) Ricavate una formula algebrica per la velocità $v(r)$ del veicolo spaziale su un'orbita con semiasse maggiore a attorno al Sole in funzione della sua distanza r dal centro del Sole.

ii. (1.5 pt) Spiegate con qualche parola perché è più economico effettuare un trasferimento di Hohmann piuttosto che eseguire un'orbita secante a quella di Marte.

iii. (1.5 pt) A quale distanza dal Sole si trovano il perielio (il punto più vicino al sole) e l'afelio (il punto più lontano dal sole) per un'orbita di trasferimento di Hohmann tra l'orbita della Terra e quella di Marta? Qual è il semiasse maggiore di questa orbita?

iv. (6 pt) Ricavate delle formule algebriche per le variazioni di velocità Δv e $\Delta v'$ legate all'entrata nell'orbita di Hohmann e in seguito sull'orbita di Marte. Calcolate in seguito i valori numerici delle *variazioni relative* di velocità.

v. (4 pt) Calcolate la durata dei tragitto tra le orbite della Terra e di Marte effettuando un trasferimento di Hohmann.

vi. (1.5 pt) Spiegate con qualche parola perché la finestra di lancio (il periodo durante il quale di può lanciare una missione) della missione MSL era solo una ventina di giorni.

Esercizio 3 : Palla di fucile *(16 punti)*

Questo esercizio è diviso in due parti che possono essere risolve individualmente.

Parte A. Velocità della palla (9 punti)

Si vuole misurare la velocità di una palla. Si procede nel modo seguente: si crea un dispositivo come descritto nella figura 1. Questo dispositivo può essere semplificato con il circuito elettrico della figura 2. Le sezioni $S1$ e $S2$ contengono fili tesi nel telaio quadrato disposti sulla traiettoria della palla, così da essere spezzati con l'impatto. La distanza d tra i due telai è conosciuta così come i valori della tensione U_0, della resistenza R e della capacità C. La massa m della palla è anch'essa conosciuta. Lo stesso vale per la tensione U_C una volta che la palla ha attraversato $S2$.

i. (0.5 pt) Quale quantità manca per poter determinare la velocità della palla?

ii. (3 pt) Spiegare come ottenere questa quantità con il dispositivo sperimentale descritto.
Se non lo si sa, spiegare il fenomeno della scarica di un condensatore. [2.25 punti]

iii. (4.5 pt) Ricavare l'espressione della velocità della palla in funzione di U_0, U_C, R, C et d.

iv. (1 pt) A parte l'errore sulla misura di d, riscrivere una probabile sorgente di errori indotti dal dispositivo sperimentale. Indicare anche come minimizzare questo errore.

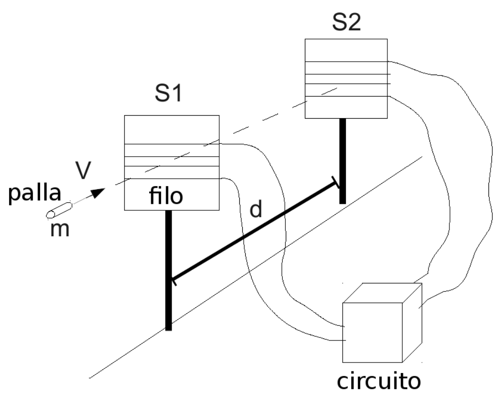


Fig 1 - Il circuito è spiegato nella figura 2

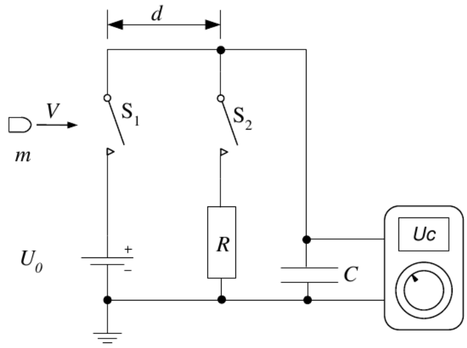


Fig 2 - La tensione U_C è misurata con una strumento digitale che ne visualizza il valore.

Parte B. Impatto della palla (7 punti)

Si consideri ora una palla in un volo rettilineo con velocità v conosciuta. Si suppone che una percentuale η della sua energia venga dissipata sotto forma di calore.

i. (1.5 pt) Come si fa a sapere se la palla fonde?

ii. (1.5 pt) Si suppone che la palla fonda, quale frazione $\mu = \frac{m_{\text{fusa}}}{m}$ della sua massa si fonderà?

iii. (1.5 pt) Determinare la velocità che la palla deve avere per cominciare a fondere, e la velocità affinché fonda completamente.

Per fermare la sua corsa si fa impattare (urto inelastico) la palla contro una placca d'acciaio.

iv. (1 pt) Si suppone che l'energia restante $(100\% - \eta)$ sia trasferita alla placca sotto forma di calore, qual è la temperatura del punto d'impatto dopo lo shock?

v. (1.5 pt) Perché la palla fonde e la placca invece si scalda solo di poco?

Note:
La palla è di piombo con massa $m = 4\,\text{g}$ e ha una velocità di $v = 305\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. I valori delle densità di piombo e acciaio sono $\rho_p = 11300\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ e $\rho_a = 7850\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, i calori specifici sono $c_p = 120\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ e $c_a = 460\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Il calore latente di fusione del piombo è $L_p = 2500\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$, e la sua temperatura di fusione $T_p = 327.5\,°\text{C}$. La temperature dell'aria, della palla e della placca è $T_0 = 25\,°\text{C}$. La percentuale di energia trasformata in calore è $\eta = 80\,\%$. I valori numerici vanno inseriti nei calcoli solo nel passaggio finale, esprimere dapprima tutti i risultati come formule algebriche!

MC : solution

	a)	b)	c)	d)	e)
Question 1	□	□	□	■	□
Question 2	□	□	□	■	□
Question 3	□	□	■	□	□
Question 4	■	□	□	□	□
Question 5	■	□	□	□	□
Question 6	□	□	□	□	■
Question 7	□	■	□	□	
Question 8	□	□	□	■	□
Question 9	□	□	■	□	□
Question 10	□	■	□	□	□
Question 11	□	□	□	■	□
Question 12	□	■	□	□	□
Question 13	□	■	□	□	□
Question 14	□	□	■	□	□
Question 15	□	□	□	□	■
Question 16	□	□	■	□	□
Question 17	□	■	□	□	
Question 18	□	□	■	□	□
Question 19	□	□	■	□	□
Question 20	□	□	■	□	□
Question 21	□	□	■	□	□
Question 22	□	■	□	□	□

Problèmes théoriques

Durée : 120 minutes
Cotation : 48 points

Problème 1 : Electromagnétisme *(16 points)*

Partie A. Electricité (10 points)

i. (5 pts) $E_z(x,y,z=0) = -\frac{2}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qh}{(h^2+r^2)^{3/2}}$ (4,5 pts) où $r = \sqrt{x^2+y^2}$. Le champ est perpendiculaire à la plaque conductrice. On pouvait le savoir avant d'effectuer un calcul comme le potentiel électrique est constant dans un conducteur, ce qui garantit qu'à sa surface, le champ électrique y est perpendiculaire (0,5 pt).

ii. (3 pts) La force électrostatique exercée par la plaque sur la charge vaut $F_{el,z}(z) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{(2z)^2}$ (1 pt). On doit donc appliquer une force opposée pour amener la charge de la position $z = h$ à la posistion $z = 2h$, dont le travail vaut $W = \int_h^{2h} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{4z^2}dz = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{-1}{4z}\Big|_h^{2h} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{8h}$ (2 pts).

iii. (2 pts) Dans ce cas, il faut intégrer jusqu'à $+\infty$, et on obtient $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{4h}$ (2 pts).

Notez qu'on peut arriver aux mêmes résultats par des considérations d'énergie potentielle qui évitent le calcul d'intégrales.

Partie B. Circuits (6 points)

i. (6 pts) On suppose qu'un courant I_4 traverse la résistance de $12\,\Omega$ du haut, I_1, I_2 et I_3 de gauche à droite celles de $6\,\Omega$ et I_5 celle de $12\,\Omega$ du bas, tous de gauche à droite. Par la loi des noeuds de Kirchhoff, on a $I = I_1 + I_4 = I_3 + I_5$, $I_1 = I_2 + I_5$ et $I_3 = I_2 + I_4$, et par celle des boucles $U = U_1 + U_2 + U_3 = R(I_1 + I_2 + I_3)$, $2RI_4 = U_4 = U_1 + U_2 = R(I_1 + I_2)$ et $2RI_5 = R(I_2 + I_3)$ (2 pts).

On peut résoudre le système d'équations linéaires et trouver par exemple $I = \frac{11}{2}I_2$ et $U = 7RI_2$, ce qui donne une résistance équivalente $R_{eq} = \frac{U}{I} = \frac{14}{11}R$ (2 pts), pour une valeur numérique de $R_{eq} = 7,6\,\Omega$ (1 pt).

Problème 2 : Le voyage interplanétaire de Curiosity *(16 points)*

i. (1,5 pts) $v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$ (1,5 pts pour la formule correcte, 0 sinon)

ii. (1,5 pts) L'aphélie d'une orbite sécante serait situé plus loin du Soleil que l'orbite de Mars et demande plus d'énergie pour être atteint.

iii. (1,5 pts) $d_{H,\text{peri}} = R$, $d_{H,\text{aph}} = R'$, $a_H = \frac{1}{2}(R + R')$ (0,5 pt par réponse)

iv. (6 pts)

Orbite de la Terre: $a_T = R \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (0,5 pt)

Orbite de Mars: $a_T = R' \Rightarrow v_M = \sqrt{\frac{GM}{R'}}$ (0,5 pt)

Les variations de vitesses recherchées sont respectivement $\Delta v = v_{H,\text{peri}} - v_T$ (0,5 pt) et $\Delta v' = v_M - v_{H,\text{aph}}$ (0,5 pt)

En utilisant le résultat de i., on trouve

$$\Delta v = \sqrt{\frac{GM}{R}}\left(\sqrt{\frac{2R'}{R+R'}} - 1\right) \quad (1\,\text{pt})$$

$$\Delta v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}}\left(1 - \sqrt{\frac{2R}{R+R'}}\right) \quad (1\,\text{pt})$$

(d'autres expressions équivalentes sont évidemment possibles; 0 pt si elles sont fausses)

Les variations relatives sont

$$\frac{\Delta v}{v_T} = \sqrt{\frac{2R'}{R+R'}} - 1 = 9,5\% \quad (1\,\text{pt})$$

$$\frac{\Delta v'}{v_{H,\text{aph}}} = \sqrt{\frac{R+R'}{2R}} - 1 = 12\% \quad (1\,\text{pt})$$

(donner dans les deux cas 0,5 pt pour l'expression algébrique et 0,5 pt pour la valeur numérique)

v. (4 pts) Par la troisième loi de Kepler appliquée aux satellites du Soleil, on sait qu'il existe une constante α telle que la période de l'orbite de la Terre $T_T = 1$ an et celle de l'orbite de Hohmann T_H satisfont les relations

$$\begin{aligned} T_T^2 &= \alpha R^3 \quad (0,5\,\text{pt}) \\ T_H^2 &= \alpha\left(\tfrac{R+R'}{2}\right)^3 \quad (0,5\,\text{pt}), \end{aligned}$$

ce qui nous permet de trouver la période de l'orbite de Hohmann,

$$T_H = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(1 + \frac{R'}{R}\right)^{3/2} T_T \quad (1\,\text{pt})$$

La durée du trajet entre les orbites de la Terre et de Mars le long d'une orbite de Hohmann correspond à une demi-période, soit

$$\Delta t = \frac{1}{4\sqrt{2}}\left(1 + \frac{R'}{R}\right)^{3/2} T_T = 255 \text{ jours} \quad (1\,\text{pt})$$

(0,5 pt pour la formule algébrique et 0,5 pt pour la réponse numérique. Notez que techniquement on devrait la donner à seulement deux chiffres significatifs, $2,6 \times 10^2$ jours)

vi. (1,5 pts) Comme le vaisseau atteindra son aphélie environ 260 jours après son lancement et ensuite reviendra vers son point de départ, il faut que Mars soit dans les parages s'il ne veut pas manquer son rendez-vous.

Problème 3 : Balle de fusil *(16 points)*

Partie A. Vitesse de balle (9 points)

i. (0.5 pts) Quelle quantité vous manque-t-il pour pouvoir déterminer la vitesse de la balle?

Le temps τ qu'elle met pour aller de $S1$ à $S2$.

ii. (3 pts) Expliquez comment obtenir cette quantité avec le dispositif expérimental décrit ici.
Si vous ne savez pas, expliquez le phénomène de décharge d'un condensateur [**2.25pts**]

Lorsque la balle sectionne le fil en $S1$, elle va isoler le circuit RC et laisser le condensateur se décharger dans la résistance. La tension aux bornes du condensateur évolue selon la loi

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (1)$$

Quand la balle sectionne le fil en $S2$ elle va stopper la décharge du condensateur. Il suffit de mesurer la tension aux bornes du condensateur à ce moment là, grâce au voltmètre, pour déterminer durant combien de temps le condensateur s'est déchargé à l'aide de la loi (1). Ce temps correspond au temps de vol de la balle entre $S1$ et $S2$.

iii. (4.5 pts) Donnez l'expression de la vitesse de la balle en fonction de U_0, U_C R, C et d.

Soit τ le temps de vol entre $S1$ et $S2$, en posant $U_C = U(\tau)$ et utilisant la loi (1) on obtient

$$\frac{U_C}{U_0} = e^{-\frac{\tau}{RC}} \quad (1.5\,\text{pt})$$

En appliquant le logarithme des deux côtés on trouve

$$\ln\frac{U_0}{U_C} = \frac{\tau}{RC} \quad (1.5\,\text{pt})$$

Et finalement on obtient

$$\tau = RC\ln\frac{U_0}{U_C}$$

On utilise cette valeur pour calculer la vitesse

$$V = \frac{d}{\tau} = \frac{d}{RC\ln\frac{U_0}{U_C}} \quad (1.5\,\text{pt})$$

iv. (1 pt) A part l'erreur sur la mesure de d, décrivez une source possible d'erreur induite par le dispositif expérimental, indiquez aussi comment la minimiser.

Quand la balle coupe le fil elle a de grandes chances d'être freinée, en effet il faut un fil très fin, peu élastique et bien tendu de façon à ce qu'il casse nettement lorsqu'il est heurté par la balle.

Lorsque la balle a coupé $S1$ la résistance interne r_i du volmètre s'ajoute en parralèle à R. La résistance équivalente est donnée par $R_{eq} = \frac{Rr_i}{R+r_i}$ On peut minimiser cette erreur sur R en utilisant R_{eq} plutôt que R pour le calcul de τ ou en utilisant une résistance r_i très grande par rapport à R pour que $R_{eq} \simeq \frac{Rr_i}{r_i} = R$.

La décharge se revèle d'autant plus importante lorsque $S2$ est coupé, car le condensateur va se décharger dans r_i, il va donc être difficile de lire la valeur affichée sur le volmètre car elle changera sans arrêt, il convient de choisir une valeur de r_i très grande pour minimiser ce phénomène.

Partie B. Correction Impact de balle (16 points)

i. (1.5 pts) Comment savoir si la balle va fondre?

La chaleur transmise à la balle va contribuer à élever sa température selon la loi suivante

$$\Delta Q = mc_p(T_f - T_i) \quad (0.5\,\text{pt})$$

La balle va fondre si la quantité de chaleur est suffisante pour atteindre la température de fusion T_p du plomb, ie si :

$$T_f = \frac{\Delta Q}{mc_p} + T_i >= T_p$$

L'énergie sous forme de chaleur est égale à un pourcentage η de l'énergie de la balle, cette dernière ne possède que de l'énergie cinétique, on a donc

$$\Delta Q = \frac{\eta}{2}mv^2 \quad (0.5\,\text{pt})$$

En couplant les deux dernières relations on obtient

$$T_f = \frac{\eta}{2c_p}v^2 + T_i = 608K \quad (0.5\,\text{pt})$$

Cette température est plus grande que la température de fusion du plomb qui est de $600.5K$, la balle va donc commencer à fondre.

ii. (1.5 pts) En supposant qu'elle fonde, quelle fraction $\mu = \frac{m_{fondue}}{m}$ de sa masse va fondre?

Une fois que la balle a atteint sa température de fusion elle va passer de l'état solide à l'état liquide grâce à la quantité de chaleur restante

$$\begin{aligned} Q_{restante} &= \Delta Q - mc_p(T_p - T_i) \\ &= \frac{\eta}{2}mv^2 - mc_p(T_p - T_i) \quad (0.5\,\text{pt}) \end{aligned}$$

Cette chaleur va permettre la transformation de l'état solide à l'état liquide selon le relation suivante :

$$Q_{restante} = L_f m_{fondue} \quad (0.5\,\text{pt})$$

La quantité cherchée s'obtient donc en couplant les deux dernières relations

$$\mu = \frac{\frac{\eta}{2}v^2 - c_p(T_p - T_i)}{L_p} \quad (0.5\,\text{pt}) \qquad (2)$$

On trouve $\mu = 0.37$.

iii. (1.5 pts) Déterminez la vitesse que la balle doit avoir pour commencer à fondre, et pour qu'elle fonde entièrement.

Lorsque la balle commence à fondre $\mu = 0$ donc en reprenant la relation (2) on obtient

$$v = \sqrt{\frac{2c_p(T_p - T_0)}{\eta}} = 301\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Lorsque la balle a fini de fondre $\mu = 1$,on trouve cette fois

$$v = \sqrt{\frac{2}{\eta}(c_p(T_p - T_0) + L_p)} = 311\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

(0.5 pt par réponse algébrique, 0.5 pt pour les deux valeurs numériques)

iv. (1 pt) En supposant que l'énergie restante $(1 - \eta)$ est transférée à la plaque sous forme de chaleur, quelle est alors la température du point d'impact après le choc?

La chaleur transmise par la balle va contribuer à élever sa température selon la loi suivante

$$\Delta Q = m_a c_a (T_f - T_i)$$

La chaleur à disposition est égale à l'énergie restante

$$\Delta Q = \frac{1 - \eta}{2} m_p v^2$$

On ne connait pas m_a mais on peut comparer $\frac{m_p}{m_a} = \frac{\rho_p}{\rho_a}$.

La température finale est donc

$$T_f = \frac{1 - \eta}{2c_a}\frac{\rho_p}{\rho_a}v^2 + T_0 = 327\,\text{K}$$

v. (1.5 pts) Pourquoi la balle fond-elle alors que la plaque ne s'échauffe que très peu?

La chaleur massique de l'acier est plus élevée que celle du plomb, il faut donc plus de chaleur pour échauffer la même masse.