

Olympiades Suisses de Physique

Sélection préliminaire

Lausanne, 18 janvier 2017

Première partie : QCM – 22 questions

Deuxième partie : Problèmes – 3 questions

Moyens autorisés : Calculatrice sans base de données
Matériel pour écrire et dessiner

Bonne chance !

Supported by :



Constantes fondamentales

Vitesse de la lumière dans le vide	c	=	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Perméabilité du vide	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Permittivité du vide	ε_0	=	$8.854\,187\,817 \dots \times 10^{-12}\text{ A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Constante de Planck	h	=	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	=	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\text{ A}\cdot\text{s}$
Constante gravitationnelle	G	=	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accélération de la pesanteur	g	=	$9.81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Nombre d'Avogadro	N_A	=	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k_B	=	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzman	σ	=	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Masse de l'électron	m_e	=	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\text{ kg}$
Masse du proton	m_p	=	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\text{ kg}$
Masse du neutron	m_n	=	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\text{ kg}$

Questions à choix multiples : feuille-réponse

Durée : 60 minutes

Cotation : 22 points (1 point par réponse correcte)

Donnez vos réponses dans les cases prévues à cet effet sur cette page.

Chaque question n'admet qu'une seule réponse correcte.

Nom :
Prénom :
Total :

	a)	b)	c)	d)	e)
Question 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Question 1

Notre Univers est actuellement :

- a) en expansion accélérée.
- b) en expansion à vitesse constante.
- c) statique.
- d) en contraction à vitesse constante.
- e) en contraction accélérée.

Question 2

Un oiseau est posé sur une barque située sur un lac. A un moment donné, l'oiseau s'envole. Le niveau du lac :

- a) s'élève.
- b) reste constant.
- c) s'abaisse.
- d) Nous n'avons pas assez d'informations pour répondre.

Question 3

En supposant que l'on puisse plier une feuille de papier en deux sans être limité à 7 ou 8 fois. Combien de fois faudrait-il plier cette feuille pour atteindre la lune, située à 384 400 km ?

- a) 42
- b) 168
- c) 253
- d) 283

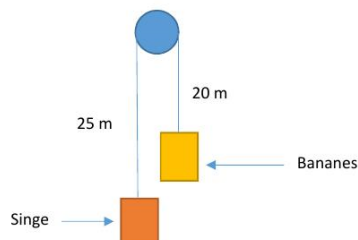
Question 4

Un petit village situé derrière une colline souhaite écouter la radio. Dans la région, il y a une radio AM qui émet à 980 kHz, et une radio FM qui émet à 89 MHz. Cependant, les deux émetteurs radios sont cachés par la colline. Il est possible d'écouter :

- a) la radio AM.
- b) la radio FM.
- c) les deux.
- d) aucune.

Question 5

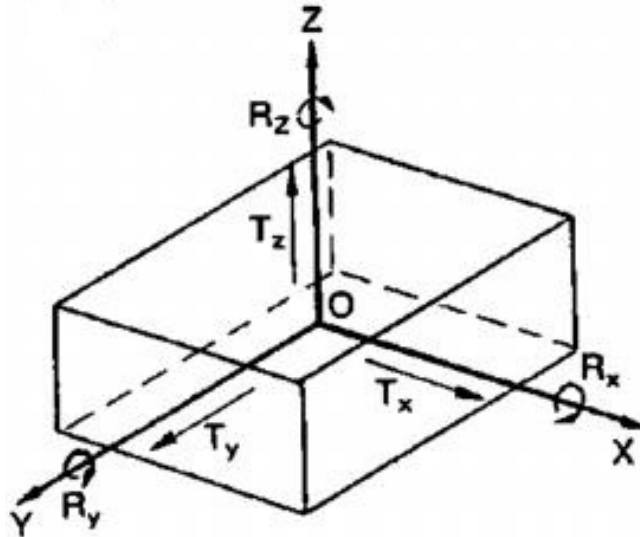
Un régime de bananes de masse m est accroché à 20 m d'une poulie (cf. figure). De l'autre côté, un singe de masse m est à 25 m de cette poulie. Sachant qu'il a assez d'énergie pour soulever son poids sur 20 m le long de la corde, arrivera-t-il à atteindre les bananes afin de les manger ? (négligez la masse de la poulie et son frottement)



- a) Non, les bananes monteront au sommet, le singe restera sur place.
- b) Oui, le singe montera, les bananes resteront sur place.
- c) Non, le singe et les bananes monteront, sans que le singe puisse les attraper.
- d) Oui, le singe et les bananes monteront, mais le singe rattrapera les bananes.

Question 6

Sur le parallélépipède rectangle représenté sur la figure ci-dessous, quels axes de rotation sont stables ?



- | | |
|---------------------|--------------------|
| a) aucun | d) les axes X et Z |
| b) les axes Y et Z | |
| c) les axes X, Y, Z | e) les axes X et Y |

Question 7

Une personne se regarde dans un miroir. Elle voit que le sommet de sa tête coïncide exactement avec le sommet du miroir. De même pour ses pieds qui coïncident exactement avec le fond du miroir. Si cette même personne avance pour se regarder de plus près, que se passera-t-il ?

- Elle couvrira l'intégralité du miroir, la tête et les pieds aux extrémités.
- Elle couvrira l'intégralité du miroir mais n'apercevra plus ses pieds ni sa tête.
- Elle ne couvrira plus l'intégralité de miroir et pourra apercevoir un bout du ciel au-dessus de sa tête, et du sol sous ses pieds.
- Elle verra ses pieds dans le bas du miroir mais pas la totalité de sa tête.

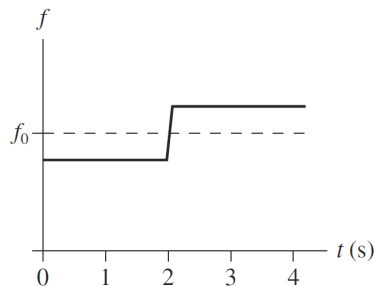
Question 8

Vous faites une sortie en voiture et souhaitez effectuer deux fois le même trajet. Lors du premier trajet, vous circulez avec une vitesse moyenne de $v_1 = 50 \text{ kmh}^{-1}$. A quelle vitesse moyenne devez vous effectuer le trajet la seconde fois pour que votre vitesse moyenne totale soit de $v = 60 \text{ kmh}^{-1}$?

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) 60 kmh^{-1} | d) 80 kmh^{-1} |
| b) 70 kmh^{-1} | |
| c) 75 kmh^{-1} | e) 90 kmh^{-1} |

Question 13

Vous vous tenez en $x = 0$ et écoutez un son produit à une fréquence f_0 . Le graphe ci-dessous montre la fréquence que vous entendez en fonction du temps sur un intervalle de 4 s



Laquelle de ces situations décrit la source ?

- | | |
|---|--|
| a) Elle bouge de droite à gauche et passe le plus proche de vous à $t = 2$ s. | Ensuite elle s'éloigne suivant la même direction à partir de $t = 2$ s. |
| b) Elle bouge de gauche à droite et passe le plus proche de vous à $t = 2$ s. | d) Elle s'éloigne de vous. Ensuite elle bouge vers vous suivant la même direction à partir de $t = 2$ s. |
| c) Elle bouge vers vous sans vous atteindre. | |

Question 14

En estimant la surface de vos épaules à $50 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}$, combien de kg d'air portez-vous sur vos épaules au quotidien ?

- | | |
|-------|--------|
| a) 10 | c) 100 |
| b) 50 | d) 500 |

Question 15

Vous voulez refroidir un verre d'eau de 3.0 dL. La température initiale de l'eau est de 10°C . On y ajoute un glaçon de 45 cm^3 à -5°C . Qu'obtient-on après un certain temps ? Considérez que le mélange glace-eau n'échange pas de chaleur avec l'environnement extérieur.

Constantes :

- Masse volumique de la glace : 0.92 gcm^{-3}
- Masse volumique de l'eau : 1.0 gcm^{-3}
- Chaleur spécifique de l'eau : $4.2 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
- Chaleur spécifique de la glace : $2.1 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
- Chaleur latente de fusion de la glace : 333.5 kJkg^{-1}

- | | |
|---|--|
| a) 230 g d'eau / 111 g de glace / 0°C | c) 341 g d'eau / 0 g de glace / 1.74°C |
| b) 337 g d'eau / 5 g de glace / 0°C | d) 322 g d'eau / 19 g de glace / 0°C |

Question 16

L'avion Solar Impulse SI2 est un avion électrique embarquant 17 248 cellules solaires. Ses batteries, dont la densité énergétique est de 260 Whkg^{-1} , représentent 28 % de la masse totale de l'avion, qui est de 2300 kg. L'avion vole à une vitesse de 60 kmh^{-1} et une altitude de 8500 m au-dessus du niveau de la mer au moment où le Soleil se couche.

Quelle est approximativement la quantité d'énergie dont l'avion dispose afin de se maintenir en l'air jusqu'au lever du jour ?

- a) 170 000 J
 b) 100 kWh
 c) $4.8 \times 10^{27} \text{ eV}$
 d) 160 Pam^3

Question 17

Laquelle de ces dimensions physiques ne correspond pas à une énergie ?

- a) $\mu\text{A}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{S}^{-1}$
 b) $\text{MPa} \cdot \text{cm}^3$
 c) $\text{Gy} \cdot \text{mg}$
 d) $\text{N} \cdot \text{V} \cdot \text{S} \cdot \text{T} \cdot \text{Pa}^{-1}$
 e) Aucune de ces réponses.

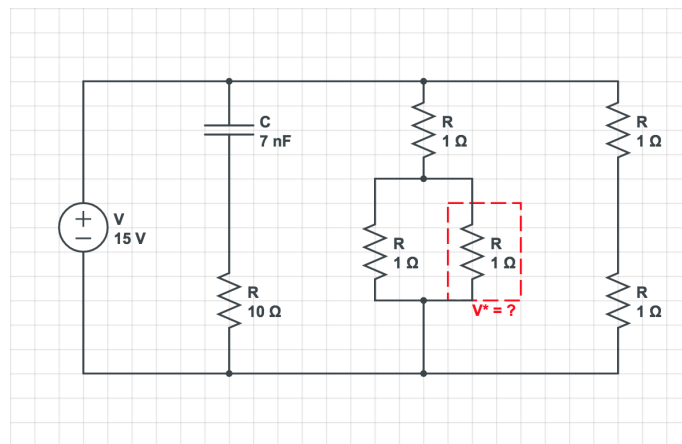
Question 18

Un satellite géostationnaire a :

- a) une orbite elliptique.
 b) une période de révolution sidérale d'exac-
 tement 24 h.
 c) une vitesse nulle.
 d) une accélération nulle.
 e) Aucune de ces réponses.

Question 19

Soit le circuit du schéma ci-dessous connecté depuis un long moment. Quelle est la tension V^* de la résistance encadrée en rouge ?



- a) 2.5 V
 b) 5 V
 c) 7.5 V
 d) 10 V

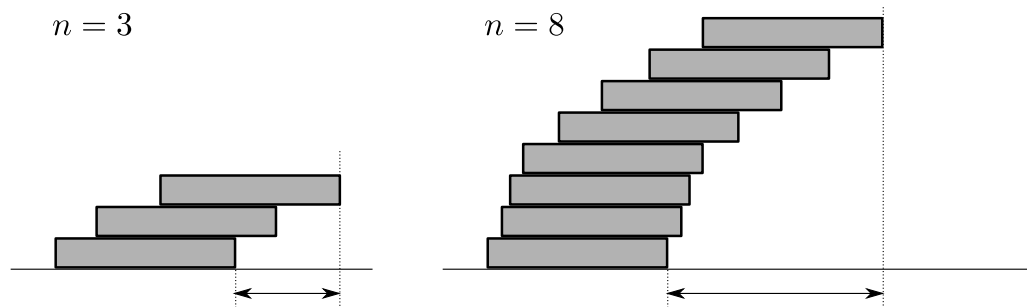
Question 20

Laquelle de ces affirmations est correcte ?

- a) Le champ électrique est un champ scalaire.
- b) Un électron en mouvement soumis à un champ magnétique uniforme voit sa quantité de mouvement modifiée par la force de Lorentz.
- c) En présence d'un champ magnétique et en l'absence d'un champ électrique, la trajectoire d'un électron en mouvement sera toujours un cercle ou bien une spirale.
- d) La force de Lorentz est toujours conservative.
- e) Aucune de ces réponses.

Question 21

Vous avez reçu pour Noël une quantité (illimitée) de bloc de bois de forme parallélépipédique, de longueur l , largeur b et hauteur h . Vous souhaitez à présent construire un pont permettant de traverser un lac en empilant les blocs. Pour ce faire, vous disposez uniquement de vos blocs de bois que vous pouvez empiler, de sorte à ce que le moment de force résultant disparaisse toujours. Quelle distance depuis la berge pouvez vous atteindre ? L'image ci-dessous résume la situation.



- a) e^l
- b) $\log(2^l)$
- c) $l!$
- d) ∞

Question 22

Quelle est la distance moyenne entre deux molécules d'un gaz qui a une température $T = 0^\circ\text{C}$ et une pression $P = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$?

- a) $3 \mu\text{m}$
- b) 240 nm
- c) 67 nm
- d) 4 nm
- e) 750 pm

Problèmes théoriques

Durée : 120 minutes

Cotation : 48 points

Commencez chaque problème sur une nouvelle feuille afin de faciliter la correction.

Constantes fondamentales

Vitesse de la lumière dans le vide	c	$= 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Perméabilité du vide	μ_0	$= 4\pi \times 10^{-7} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Permittivité du vide	ε_0	$= 8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{ A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Constante de Planck	h	$= 6.626\,069\,57 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	$= 1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19} \text{ A}\cdot\text{s}$
Constante gravitationnelle	G	$= 6.673\,84(80) \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accélération de la pesanteur	g	$= 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Nombre d'Avogadro	N_A	$= 6.022\,141\,29(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante universelle des gaz parfaits	R	$= 8.314\,459\,8(48) \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k_B	$= 1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzman	σ	$= 5.670\,373(21) \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$

Problème 1 : Voyage au centre de la Terre (16 points)

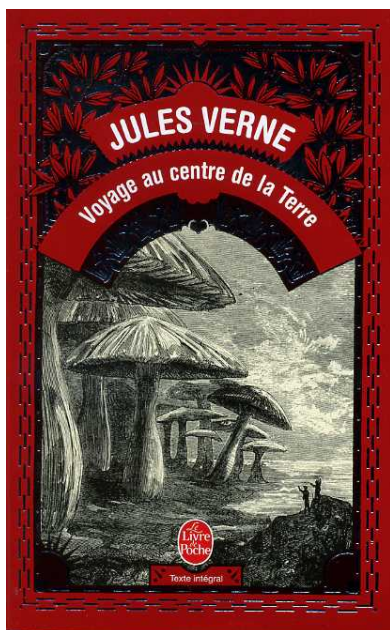


Fig. 1 – Page de couverture du roman

„Voyage au centre de la Terre“ est un roman d’aventure écrit en 1864 par Jules Verne. Il raconte l’histoire d’une expédition fictive débutant en Islande, atteignant le centre de la Terre au moyen d’un tunnel et rejoignant la surface terrestre en sortant par le Vésuve. Nous en savons aujourd’hui beaucoup plus sur la composition in-

terne de la Terre, de sorte qu’un tel voyage restera encore longtemps de la science-fiction! Dans ce problème, on s’intéresse à un moyen moderne de voyage à travers la Terre. Il est clair que cet exemple relève de la pure fiction, mais il reste néanmoins intéressant de se demander ce qui se passerait si l’on entreprenait un tel voyage...

Pour effectuer ce voyage au centre de la Terre, on creuse un tunnel reliant deux points à la surface de la Terre et passant par le centre de cette dernière. On suppose que la Terre est une sphère parfaite, de rayon R_E et de **densité homogène**. Tous les calculs se font dans le référentiel de la Terre. Les effets tels que la friction, les forces de Coriolis ou centrifuge peuvent être négligés.

Dans ce problème, vous pouvez utiliser les constantes suivantes :

- Produit de la constante gravitationnelle G et de la masse terrestre M_E :

$$G \cdot M_E = 3.9860042 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}$$

- Rayon de la Terre $R_E = 6371 \text{ km}$

Partie A. Potentiel gravitationnel à l'intérieur de la Terre (8 points)

Lorsqu'un objet se trouve dans le potentiel gravitationnel („champ de pesanteur“) de la Terre, mais à l'extérieur de celle-ci, la masse totale de la Terre agit sur l'objet. Si l'objet se trouve à présent à l'intérieur de la Terre, seule la partie de la masse terrestre située entre l'objet et le centre de la Terre agit sur cet objet. Cela signifie que si cet objet se trouve à une distance x du centre de la Terre, il va se comporter comme s'il n'était influencé que par la partie de la Terre située dans une sphère de rayon x et de même centre que la Terre.

i. (2 pts) Exprimez la masse $M(x)$ d'une boule de même composition que la Terre et de rayon x en fonction du rayon terrestre R_E , de la masse de la Terre M_E et du rayon x .

ii. (2 pts) Calculez la force de gravitation F_G qui agit sur un objet se trouvant dans la Terre, à une distance x du centre. Exprimez F_G en fonction de R_E , M_E , de la masse m de l'objet et de la distance x .

Indication : Utilisez la loi de la gravitation de Newton : $F_G = \frac{GMm}{x^2}$

iii. (1 pt) A partir de la force de gravitation $F_G(x)$ à l'intérieur de la Terre (question précédente), calculez le potentiel gravitationnel $E_{\text{pot}}(x)$ à l'intérieur de la Terre.

Indication : Pour le potentiel gravitationnel à l'intérieur de la Terre, on pourra utiliser :

$$E_{\text{pot}}(x) = \int_0^x F_G(z) dz$$

iv. (3 pts) Calculez - formellement et numériquement - la vitesse v_m au centre de la Terre, lorsqu'on tombe dans le tunnel avec une vitesse initiale nulle.

Partie B. Trajectoire de la chute (8 points)

i. (2 pts) Etablissez l'équation différentielle pour la trajectoire $x(t)$.

Indication : 2^e loi de Newton.

ii. (3 pts) Résolvez l'équation différentielle pour $x(t)$ avec comme conditions initiales que l'objet se trouve initialement à la surface de la Terre et que sa vitesse initiale est nulle.

Indication : La solution générale d'une équation différentielle de la forme $y''(x) = -\lambda \cdot y(x)$ avec $\lambda > 0$ est :

$$y(x) = A \cdot \cos(\sqrt{\lambda} \cdot x) + B \cdot \sin(\sqrt{\lambda} \cdot x)$$

A et B sont des constantes d'intégration qui peuvent être déterminées au moyen des conditions initiales.

iii. (3 pts) Calculez à nouveau la vitesse v_m au centre de la Terre. Utilisez cette fois votre solution pour la trajectoire $x(t)$. Comparez votre résultat avec celui obtenu dans la partie précédente.

Indication : La vitesse $v(t)$ est la dérivée temporelle (c'est-à-dire par rapport au temps) de la position $x(t)$.

Problème 2 : Vol vers les étoiles (16 points)

Dans ce problème, on pourra toujours négliger les effets relativistes.

Partie A. Pression de radiation (6 points)

Des ondes électromagnétiques peuvent exercer une force sur un corps lorsqu'elles sont absorbées ou réfléchies par ce dernier. Supposez que la force exercée par un faisceau laser sur un corps noir est de F dans la direction du faisceau, lorsque le rayon laser est complètement absorbé (voir Fig. 2a).

i. (2 pts) Est-ce qu'une force agit sur le laser en émettant le faisceau ? Si oui, quelles sont la norme et la direction de cette force ?

ii. (2 pts) Quelle est la norme de la force agissant sur un miroir qui réfléchit totalement le faisceau ayant un angle d'incidence θ (Fig. 2b) ?

Indication : Réfléchissez à ce qui se passe si le corps noir mentionné précédemment absorbe le faisceau après la réflexion sur le miroir.

iii. (2 pts) La norme F de la force dépend de la puissance P du laser et la vitesse de la lumière c . Quelle équation pourrait relier ces trois grandeurs ? Prêtez attention aux unités et écrivez une expression aussi simple que possible. En supposant que cette égalité soit valide, quelle est la force F exercée par un laser de puissance 1 mW ?

Partie B. Proxima du Centaure (10 points)

Située à une distance de 4.2 années-lumière, Proxima du Centaure est l'étoile la plus proche du soleil. Afin de chercher de la vie extraterrestre sur

une planète tournant autour de Proxima du Centaure, on envoie une sonde en direction de l'étoile, que l'on propulse au moyen d'un laser stationné sur Terre. La sonde est munie d'une voile qui capte la lumière du laser. De plus, la sonde est composée de matériaux très légers, de sorte que sa masse n'est que de $m = 1$ g.

i. (2 pts) Dans quel cas de figure fonctionne le mieux la propulsion : lorsque la voile absorbe complètement la lumière du laser ou lorsqu'elle la réfléchit complètement ? Justifiez votre réponse.

ii. (3 pts) En raison d'une collimation imparfaite (c-à-d les rayons du laser ne sont pas tous parfaitement parallèles) du laser, la propulsion n'est efficace que lorsque la distance s entre la sonde et le laser est inférieure à $s_L = 1 \times 10^7$ km. Supposez que pour $s < s_L$, le laser exerce une force constante sur la sonde, alors que la force est nulle lorsque $s > s_L$. Quelle doit être la force initiale pour que la sonde atteigne Proxima du Centaure en 50 ans ? Vous pouvez supposer que la sonde est initialement au repos et est immédiatement touchée par le laser ; l'influence de la gravitation peut également être négligée.

iii. (3 pts) Dessinez (séparément) les trois graphes suivants :

- s en fonction du temps,
- la vitesse de la sonde en fonction du temps,
- l'accélération de la sonde en fonction du temps.

iv. (2 pts) Au moyen de vos réponses des parties A.iii et B.ii, calculez la puissance nécessaire du laser.

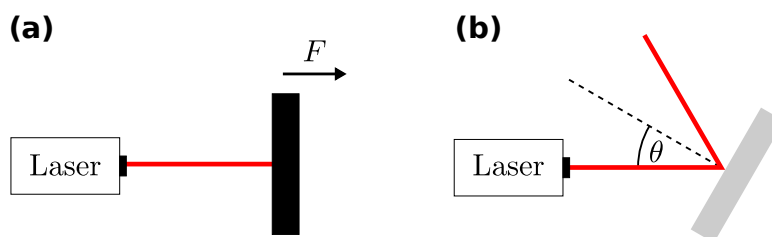
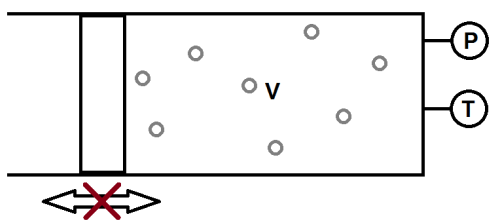


Fig. 2

Problème 3 : Sous pression (16 points)

Partie A. Détermination de la masse (5 points)



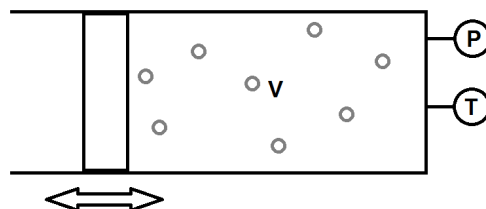
De l'azote se trouve dans un cylindre de volume initial $V = 2\text{ L}$ muni d'un piston hermétique. Dans cette première partie on bloque le piston, on chauffe le gaz à différentes températures et on mesure la pression à chaque fois. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

#	T(°C)	P(Pa)
1	10	168100
2	20	174000
3	50	191800
4	100	221500
5	150	251200
6	250	310600

- i. (2 pts)** Esquissez un graphe de la pression du gaz en fonction de la température dans le cylindre.
- ii. (3 pts)** Quelle est la masse d'azote dans le cylindre ?

Partie B. Équilibre (2 points) On laisse maintenant le piston libre de bouger dans l'axe du cylindre.

A aucun moment le piston ne va se détacher du cylindre. On néglige les échanges de chaleurs entre le gaz et l'environnement extérieur sauf mention explicite.



- i. (2 pts)** Si la température du gaz est de 23 °C , quel est le volume que le gaz prend dans le cylindre ?

Partie C. On plonge (9 points) Un plongeur emporte le cylindre dont le gaz est à 23 °C sous l'eau, $h = 7\text{ m}$ sous la surface. Le piston est toujours libre de bouger dans l'axe du cylindre.

Constantes :

- Densité de l'eau : $\rho_e = 1.0\text{ gcm}^{-3}$
- Chaleur massique de l'azote : $c_a = 1.04\text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$

- i. (2 pts)** Quel est le volume que le gaz prend, en supposant que sa température ne change pas ?
- ii. (3 pts)** En laissant le cylindre sous l'eau quelle quantité de chaleur faut-il fournir au gas pour que son volume soit de 2 L ?
- iii. (4 pts)** Quelle doit être la masse du cylindre en fonction de la température du gaz (la matière occupe un volume négligable par rapport à celui du gaz et on néglige la masse du piston) pour que ce dernier soit en équilibre à cette profondeur (c'est-à-dire que le cylindre ne remonte pas vers la surface ou ne coule pas vers le fond) ?

Multiple Choice : answers

	a)	b)	c)	d)	e)
Question 1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 6	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 7	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 15	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Question 18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Question 19	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 20	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 1 : Travel to the center of Earth: solution (16 Punkte)

Remark: For parts in the grading system where more than 0.5 points are given, you can always give half points for correct thoughts but wrong calculation or similar things.

Teil A. Gravitationspotential im Erdinnern (8 Punkte)

i. (2 P.) First, we recall that the volume V of a sphere with radius r is

$$V = \frac{4\pi}{3}r^3. \quad (1)$$

Since we assume that the density ρ_E of Earth is uniform, we infer that

$$M_E = \rho_E \frac{4\pi}{3}R_E^3$$

The mass of the smaller sphere with radius x , given that it has the same uniform density ρ_E , is

$$M(x) = \rho_E \frac{4\pi}{3}x^3. \quad (2)$$

Thus, we calculate that

$$\begin{aligned} \frac{M(x)}{M_E} &= \frac{x^3}{R_E^3} \\ \Rightarrow M(x) &= M_E \left(\frac{x}{R_E} \right)^3. \end{aligned} \quad (3)$$

Grading: 0.5 points for (1), 1 point for (2), 0.5 points for (3). If the solution deviates from this one, you might have to adjust the grading.

ii. (2 P.) Given the information in the text and the knowledge that a massive sphere with uniform density behaves like there was only a point mass at its center, we infer from the Newtonian law of Gravity that

$$F_G = G \frac{M(x)m}{x^2}.$$

Using our expression for $M(x)$ from the previous part, we can write F_G in the desired form:

$$F_G = G \frac{M_E m}{R_E^3} x \quad (4)$$

Grading: 1 point for some explanation like the underlined part of the text above, 1 point for (4).

iii. (1 P.) Note that we set our potential to be 0 at the earth's center. So we only have to solve the integral given in the hint to receive our potential:

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}}(x) &= \int_0^x F_G(z) dz = \int_0^x G \frac{M_E m}{R_E^3} z dz \\ &= G \frac{M_E m}{R_E^3} \int_0^x z dz = G \frac{M_E m}{2R_E^3} x^2 \end{aligned}$$

Grading: 1 point for the correct solution. The explanation about the gauge is not required.

iv. (3 P.) Since there is no friction, the whole difference in the potential energy between $x = R_E$ and $x = 0$ is converted into kinetic energy:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}}|_{r=0} &= E_{\text{pot}}(R_E) \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 &= G \frac{M_E m}{2R_E^3} R_E^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow v_m^2 &= \frac{GM_E}{R_E} \\ \Rightarrow v_m &= \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \end{aligned} \quad (6)$$

$$= \sqrt{\frac{3.986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{6371 \text{ km}}} = 7910 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (7)$$

Grading: 1 point for (5), 1 point for (6), 0.5 points for (7), 0.5 points for the correct number of significant digits (which is 4).

Teil B. Bahnkurve des Falls (8 Punkte)

i. (2 P.) Newton's second law is $F = ma$, where F is the total force exerted on a body with mass m , and a is its resulting acceleration. Here, since there is no friction, the total force acting on the body is F_G . So:

$$mx''(t) = F_G = -G \frac{M_E m}{R_E^3} x(t) \quad (8)$$

$$\Rightarrow x''(t) = -\frac{GM_E}{R_E^3} x(t) \quad (9)$$

Note that we have to put a minus sign in front of the force, since its direction is always towards the center, which we have chosen to be at $x = 0$.

Grading: 1 point for (8) with the $-$ sign, 0.5 points if the $-$ sign is missing. 0.5 points for a comment that (8) was obtained by using Newton's second law. 0.5 points for (9) (with correct $-$ sign).

ii. (3 P.) The universal solution is

$$x(t) = A \cos(\lambda t) + B \sin(\lambda t), \quad (10)$$

where $\lambda := \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}$. The first boundary condition is:

$$\begin{aligned} x(0) &= R_E \\ \Rightarrow A \cos(0) + B \sin(0) &= A = R_E \end{aligned} \quad (11)$$

Next, we calculate the velocity of our body:

$$x'(t) = -\lambda R_E \sin(\lambda t) + \lambda B \cos(\lambda t)$$

The second condition is:

$$x'(0) = 0 \quad (12)$$

$$\Rightarrow -\lambda R_E \sin(0) + \lambda B \cos(0) = \lambda B = 0 \quad (13)$$

Since $\lambda \neq 0$, B must be zero. Therefore, the solution is:

$$x(t) = R_E \cos\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t\right) \quad (14)$$

Grading: 0.5 points for (10), 1 point for (11), 1 point for (13), 0.5 points for (14).

iii. (3 P.) With the constants A and B and the general formula for $x'(t)$ from the previous exercise, we infer that

$$\begin{aligned} x'(t) &= -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} R_E \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t\right) \\ &= -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t\right) \end{aligned} \quad (15)$$

• **Option 1:** As we saw in the previous part, the velocity reaches its maximal value in the center of earth. So, it is sufficient to calculate $\max_{t \in \mathbb{R}} |v(t)|$. Since

$$\begin{aligned} \forall t \in \mathbb{R} : |\sin(t)| &\leq 1 \\ \Rightarrow \max_{t \in \mathbb{R}} |v(t)| &= \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}}. \end{aligned} \quad (16)$$

• **Option 2:** We calculate the time t_m at which the body reaches the center:

$$\begin{aligned} x(t_m) &= R_E \cos\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t_m\right) = 0 \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t_m &= \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow t_m &= \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R_E^3}{GM_E}} \end{aligned} \quad (17)$$

As $v_m = |x'(t_m)|$, we calculate

$$\begin{aligned} v_m &= \left| -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} t_m\right) \right| \\ &= \left| -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R_E^3}{GM_E}}\right) \right| \\ &= \left| -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right| \\ &= \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}}. \end{aligned} \quad (18)$$

In both cases, we get the same result as in the previous part, which is not the least bit surprising.

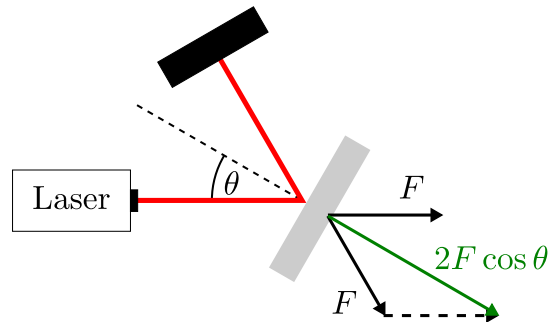
Grading: 1 point for (15). Option 1: 0.5 points for (16), 1 point for the explanation why this calculation makes sense. Option 2: 1 point for (17), 0.5 points for (18). Both options: 0.5 points for comparison with the result from part A.

Flug zu den Sternen

Note: Although the requirements for the spacecraft below appear rather unrealistic, some people are seriously pursuing these ideas. See https://en.wikipedia.org/wiki/Breakthrough_Starshot for an overview.

1. According to Newton's third law, there must be an equal and opposite force on the laser. That is, a force of magnitude F acts on the laser opposite to the direction of propagation of the beam.
2. We consider blocking the light by the black body as suggested in the problem. We may argue in two different ways:
 - (a) The forces on the laser, the mirror, and the black body must sum to zero because there is no external force acting on the three objects.
 - (b) Both the laser and the black body experience a force of magnitude F . According to Newton's third law, each of these forces must be accompanied by an equal but opposite force on the mirror.

The two arguments are of course entirely equivalent, yielding a force $2F \cos \theta$ normal to the mirror, in the direction that points away from the laser (see figure below).



3. Based on dimensional analysis, the laser power and the force could satisfy

$$P = Fc$$

We know from electrodynamics that this is indeed the case, although no such knowledge is required in the problem.

4. It is better to use a reflecting sail as this increases the force by a factor of 2. Moreover, an absorbing sail would heat up and would probably be destroyed by the powerful laser. Both answers are okay.
5. A light year is equal to

$$1 \text{ ly} = 365 \times 24 \times 3600 \text{ s} \times c = 9.5 \times 10^{15} \text{ m},$$

such that the distance to Proxima Centauri is given by approximately 4.0×10^{16} m. Since this distance is orders of magnitudes larger than s_L , the final velocity is very close to the average velocity. Hence, we obtain the final velocity

$$v_f = 4.2 \text{ ly}/50 \text{ years} = 8.4 \times 10^{-2} c.$$

It remains to compute the acceleration required to achieve this final velocity after a distance s_L . For a constant acceleration a , we have

$$s_L = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

and

$$v_f = a \Delta t.$$

Solving for a yields

$$a = \frac{v_f^2}{2s_L} = 3.2 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

With a mass of 1 g, this corresponds to a force of 32 N.

I expect few students to approximate the final velocity by the average velocity. For this reason, I include a solution without this simplification. It is

$$d = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_f (\Delta t_{\text{tot}} - \Delta t),$$

where d is the distance to the star, a the acceleration due to the laser, Δt the duration of the acceleration, and $\Delta t_{\text{tot}} = 50$ years is the duration of the entire journey. We make use of the relations $v_f = a \Delta t$ and $s_L = a \Delta t^2 / 2$ to express Δt and v_f in terms of a and s_L as

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2s_L}{a}}, \quad v_f = \sqrt{2s_L a}.$$

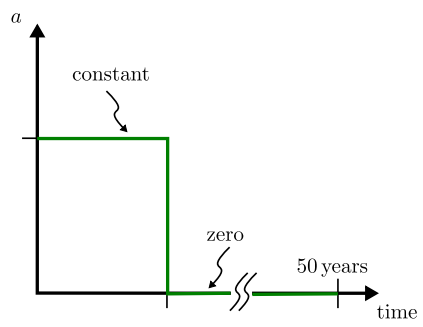
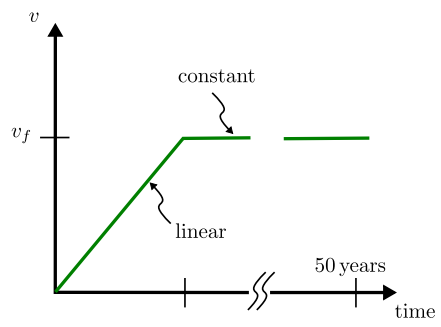
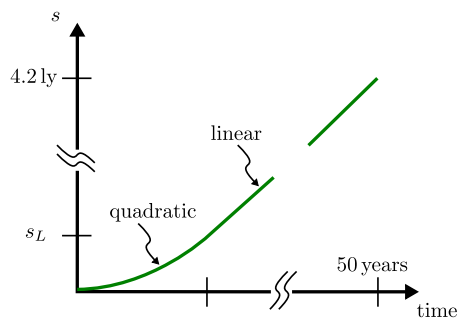
By substituting into the original equation, we can solve for a to obtain

$$a = \frac{(d + s_L)^2}{2s_L \Delta t_{\text{tot}}^2}.$$

The final result is the same within the desired numerical accuracy.

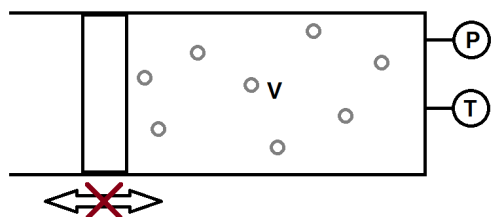
6. The plots are shown below. Ideally, the students should indicate that the duration of the acceleration very short compared to the duration of the entire flight.
7. In order to obtain the laser power, we have to multiply the result from part 6 by $c/2$. The factor of 2 arises because we assumed that the sail is reflective. (No marks should be deducted if the student argued earlier that the sail should absorb the light.) The numerical answer is

$$P = \frac{c}{2} \times 32 \text{ N} = 4.8 \times 10^9 \text{ W}.$$



Problème 1 : Sous pression (16 points)

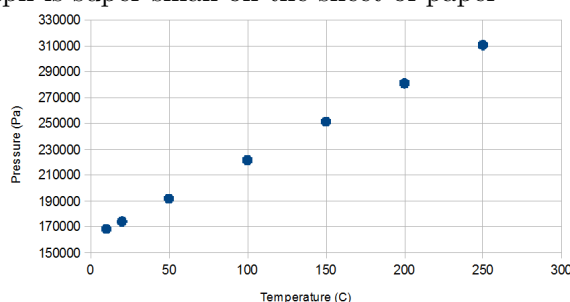
Partie A. Détermination de la masse (5 points)



De l'azote se trouve dans un cylindre de volume initial $V = 2\text{ L}$ muni d'un piston hermétique. Dans cette première partie on bloque le piston, on chauffe le gaz à différentes températures et on mesure la pression à chaque fois. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

#	T(°C)	P(Pa)
1	10	168100
2	20	174000
3	50	191800
4	100	221500
5	150	251200
6	250	310600

i. (2 pts) 4 x (0.25 pt) for graph label and units = 1 pt (1 pt) for correct plotting of data Typically you take off : -(0.25 pt) if the data do not span over the whole axis (ie if they plot from 0 to 350000 for the pressure, from 150000 is sufficient and allows better visualization of the data) -(0.25 pt) if the graph is super small on the sheet of paper



ii. (3 pts)

$$PV = nRT$$

(0.5pt)

$$P = (mR/M_m V)T$$

(0.5pt)

get the slope on the graph (0.5pt) then $m = \text{slope} * M_m V / R$ (1pt)

The molar mass of nitrogen is $14\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, this is maybe an information we should display on the board during the exam...

(0.5 pt numerical application)

the slope is calculated by me to yield a mass of 2 g, I rounded the pressure to make it easier to plot here and there, but just taking the extreme points after realizing the relation should be linear would give them a slope of $594.16\text{ Pa}\cdot\text{K}^{-1} = 594.16\text{ Pa}\cdot\text{°C}^{-1}$ whereas the true value should be $593.89\text{ Pa}\cdot\text{K}^{-1}$. I will let the markers decide on how many points to give or take off depending on the students results. I will give the numerical results for $m = 2\text{ g}$ in the following sections.

Partie B. Equilibrium (2 points) i. (2 pts)

$$V = (mR/M_m P)T = 3.48\text{ L}$$

(1pt) where $P = P_{atm}$ (1pt)

(0.5 pt numerical application) They can take $P = P_{atm} = 1 \times 10^5\text{ Pa}$, anything close to that within 10% is acceptable

Partie C. We dive (9 points)

Constantes :

- Densité de l'eau : $\rho_e = 1.0\text{ gcm}^{-3}$
- Chaleur massique de l'azote : $c_a = 1.04\text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$

i. (2 pts)

$$V = (mR/M_m P)T = 2.07\text{ L}$$

(0.5 pt) where $P = P_{atm} + \rho_{water} * g * h$ (1pt) (0.5 pt numerical application)

ii. (3 pts) En laissant le cylindre sous l'eau quelle quantité de chaleur faut-il fournir au gaz pour que son volume soit de 2 L ?

$$(VM_m P)/(mR) = Tf = 285.69\text{ K} = 12.69\text{ °C}$$

(1pt) where $P = P_{atm} + \rho_{water} * g * h$ (0.5 pt)

$$Q = mc_{nitrogen}(Tf - Ti) = -21\,439\text{ J}$$

(1pt)

We have to take some heat from the gas (0.5 pt numerical application)

iii. (4 pts) Archimedes :

$$F_A = \rho_{water} V_{fluid} g$$

(1pt) Equilibrium :

$$F_A = (m_{cylinder} + m)g$$

(1pt) Combining the two latter (one can simplify (0.25 pt)

g) :

$$\rho_{water} V_{fluid} = m_{cylinder} + m$$

(0.5 pt)

$$V = (mR/M_m P)T$$

it yields

$$m_{cylinder}(T) = \left(\frac{\rho_{water} R}{M_m (P_{atm} + \rho_{water} * g * h)} T - 1 \right) m$$

(1 pt)