Olympiades Suisses de Physique

Tour final

Aarau, 25 mars 2017

Partie théorique 1 : Problèmes – 3 questions

Durée	:	150 minutes
Cotation	:	48 points (3·16)
Moyens autorisés	:	- Calculatrice sans base de données
		- Matériel pour écrire et dessiner

NB : Commencez chaque problème sur une nouvelle feuille

Bonne chance !

Supported by :

- Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
- BASF (Basel)
- Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
- Materials Science & Technology
- Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
- ETH Zurich Department of Physics
- Fondation Claude & Giuliana
- Ernst Göhner Stiftung, Zug
- Hasler Stiftung, Bern
- Metrohm Stiftung, Herisau
- Neue Kantonsschule Aarau
- Novartis International AG (Basel)
- Quantum Science and Technology
- F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
- Société Valaisanne de Physique
- Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
- Swiss Academy of Sciences
- Swiss Physical Society
- Syngenta AG
- Università della Svizzera italiana
- Universität Bern FB Physik/Astronomie
- Universität Zürich FB Physik Mathematik

Constantes fondamentales

Vitesse de la lumière dans le vide	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Perméabilité du vide	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Permittivité du vide	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Constante de Planck	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Charge élémentaire	e	$=$	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Constante gravitationnelle	G	$=$	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Accélération de la pesanteur	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Nombre d'Avogadro	N_A	$=$	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Constante universelle des gaz parfaits	R	$=$	$8.314\,459\,8(48)\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
Constante de Boltzmann	k_B	$=$	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Constante de Stefan-Boltzman	σ	$=$	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$

Problème 1 : Synchronisation d'horloges *(16 points)*

Dans ce problème, nous voulons dériver les transformations de Lorentz. Ces dernières sont les transformations fondamentales de l'espace et du temps entre deux référentiels dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte.

Nous considérons la situation suivante : le capitaine Hendrik voyage dans l'espace interstellaire avec son vaisseau spatial. Son vol est observé depuis la Terre.

Le capitaine Hendrik passe devant la tour de contrôle de la Terre, d'où il se dirige tout droit vers une station spatiale géostationnaire (qui ne bouge pas par rapport à la Terre).

Considérons les définitions suivantes (cf Fig.1) :

- Nous considérons de manière générale le référentiel de la Terre, dans lequel se trouve également la station spatiale géostationnaire, comme étant un référentiel au repos. Nous le désignons par Σ. Toutes les grandeurs mesurées dans Σ sont écrites sans apostrophe. La tour de contrôle définit l'origine du système de coordonnées dans le référentiel Σ.
- On désigne le référentiel du vaisseau spatial par Σ'. Toutes les grandeurs mesurées dans Σ' sont écrites avec une apostrophe. Le cockpit se trouve à l'avant du vaisseau spatial, et il constitue l'origine du système de coordonnées dans le référentiel Σ'.
- Le capitaine Hendrik voyage avec son vaisseau à une vitesse constante $v > 0$ le long de l'axe x du référentiel Σ.
- L'axe x dans Σ coïncide avec l'axe x' dans Σ'.
- Les axes y et z dans Σ sont parallèles aux axes y' et z' dans Σ'. L'ensemble des calculs peut également être effectué unidimensionnellement, le long de l'axe x.
- Dès que l'avant du vaisseau spatial survole la tour de contrôle, les horloges du cockpit et de la tour de contrôle sont mises à zéro. Par conséquent, les origines coïncident lorsque $t = t' = 0$.
- Dans Σ, la station spatiale géostationnaire possède les coordonnées $(x_0, 0, 0)$.
- Nous négligeons les effets de la gravité.

Fig. 1 – Situation au temps $t = 0$. **A** : Terre **B** : Vaisseau du capitaine Hendrik **C** : Tour de contrôle **D** : Station géostationnaire **E** : Axes x et x'

Nous donnons de plus les informations suivantes :

- Une longueur dans un système en mouvement apparaît plus courte lorsqu'elle est mesurée depuis un système au repos (contraction des longueurs). On a
$$\Delta l' = \gamma \cdot \Delta l$$
- Un temps dans un système en mouvement paraît passer plus lentement lorsqu'il est mesuré depuis un système au repos (dilatation du temps). On a
$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$$
- γ est défini comme
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Partie A. Calcul dans le cas classique (1.25 points)

Dans cette première partie, on suppose que la vitesse v est très petite, de telle manière qu'aucun effet relativiste ne soit observable ($\gamma \approx 1$). Nous voulons à présent considérer les transformations des coordonnées spatiales et temporelles en mécanique classique, c'est ce que l'on appelle les transformations de Galilée.

i. (0.25 pts) Quelle est la coordonnée x de la station spatiale géostationnaire au temps t, dans Σ.

ii. (0.75 pts) Quelle est la coordonnée x' de la station spatiale géostationnaire au temps t, dans Σ'.

iii. (0.25 pts) Quel est le temps t' lorsque le temps t s'est écoulé ?

Partie B. Transformation spatiale de Lorentz (2.25 points)

Dès à présent, nous considérons le cas où la vitesse v est suffisamment grande pour devoir prendre en compte les effets relativistes ($\gamma \neq 1$). Pour commencer, nous voulons nous occuper de la transformation spatiale, et pour ce faire, nous avons besoin de la station géostationnaire. Dans le cas non-relativiste, la transformation spatiale de Lorentz correspond à la formule que vous avez établie à la question **A ii)**.

i. (0.25 pts) Quelle est la coordonnée x de la station spatiale géostationnaire au temps t, dans Σ ?

ii. (0.5 pts) Quelle est la distance entre le vaisseau spatial (et plus précisément l'origine de Σ') et la station géostationnaire après un temps t dans Σ ?

iii. (0.5 pts) Le vaisseau spatial transporte une version d'un mètre-étalon [1]. Vu depuis la tour de contrôle, quelle sera la longueur apparente de ce mètre-étalon se trouvant dans le vaisseau spatial ?

iv. (0.75 pts) Quelle est la distance entre le vaisseau spatial et la station géostationnaire après un temps t, vue depuis la tour de contrôle et mesurée avec l'unité de longueur de Σ' (c'est-à-dire avec la longueur de l'étalon se trouvant dans Σ') ?

v. (0.25 pts) Quelle est ainsi la coordonnée x' de la station géostationnaire dans Σ' ? C'est ce que l'on appelle la transformation spatiale de Lorentz.

Partie C. Transformation temporelle de Lorentz (12.5 points)

Nous nous intéressons à présent à la transformation temporelle de Lorentz. Dans le cas non relativiste, il s'agit de la formule que vous avez établie à la question **A iii)**.

Lorsque le capitaine Hendrik passe devant la tour de contrôle, il synchronise les horloges dans son vaisseau spatial. Afin de déterminer la transformation temporelle, nous allons considérer la synchronisation d'horloges dans Σ et Σ'. On dit que deux horloges dans un référentiel sont synchronisées lorsqu'elles affichent la même heure (il est cependant possible que l'on ne voit pas le même temps sur ces deux horloges, dans la mesure où la lumière venant de l'horloge la plus éloignée met plus de temps pour atteindre notre œil).

i. (0.5 pts) Pour commencer, nous voulons voir commencer synchroniser au mieux 2 horloges. Les horloges de la tour de contrôle - qui ont été mises à zéro au passage du vaisseau du capitain Hendrik - doivent être synchronisées avec les horloges de la station géostationnaire. Pour ce faire, la tour de contrôle émet une impulsion lumineuse en direction de la station géostationnaire ; l'impulsion arrive après un temps Δt_1. Calculez Δt_1.

ii. (0.5 pts) Au moment où l'impulsion lumineuse atteint la station géostationnaire, elle est enregistrée et, immédiatement (c'est-à-dire sans délai), une nouvelle impulsion lumineuse est émise depuis la station géostationnaire en direction de la tour de contrôle. Calculez le temps Δt_2 que met le signal lumineux entre son émission depuis la station et son arrivée à la tour de contrôle.

iii. (0.75 pts) Afin que l'horloge de la station géostationnaire fonctionne de manière synchronisée avec celle de la tour de contrôle, on la configure de sorte qu'à l'arrivée de l'impulsion lumineuse, elle affiche la moitié du temps $\Delta t_1 + \Delta t_2$. Quel temps est donc affiché sur l'horloge de la station géostationnaire à l'arrivée du signal lumineux ? Quelle heure est affichée au temps $t = 10s$?

iv. (0.5 pts) Maintenant que nous avons synchronisé les horloges dans le système au repos, il convient de faire de même dans le vaisseau spatial. Lorsque le vaisseau passe devant la tour, le capitaine Hendrik met à zéro l'horloge de son cockpit. Il souhaite également synchroniser l'horloge se trouvant dans la salle des machines, à l'arrière du vaisseau, avec l'horloge du cockpit. Pour ce faire, il effectue une synchronisation des horloges que l'on observe depuis la Terre. Avant de commencer avec la synchronisation à proprement parler, nous devons déterminer la longueur du trajet dans Σ. Supposez que dans le manuel d'instructions du vaisseau spatial, sa longueur soit donnée comme étant L'. Quelle est la longueur apparente du vaisseau vu depuis Σ ?

Pour la suite, considérez que la lumière utilisée pour la synchronisation doive se déplacer entre les deux extrémités du vaisseau, tout à l'avant et tout à l'arrière.

v. (2 pts) Nous pouvons maintenant commencer avec la synchronisation elle-même. Similairement à

1. Par le passé, un mètre était défini comme la longueur d'une barre servant d'étalon. Dans ce problème, cela signifie donc que la longueur de l'étalon dans le système où il est au repos est d'exactement un mètre, et c'est ce qui sert à définir une unité de longueur.

la synchronisation avec la station géostationnaire, le capitaine Hendrik envoie une impulsion lumineuse depuis le cockpit en direction de la salle des machines. Calculez le temps Δt_1 que met la lumière pour atteindre la salle des machines depuis le cockpit, mesuré dans Σ. Remarque : vu depuis Σ, le vaisseau se déplace avec une vitesse v en direction du signal lumineux qui, lui, se déplace avec une vitesse c.

vi. (2 pts) Comme précédemment, dès que le signal lumineux émis depuis le cockpit atteint l'horloge de la salle des machines, une nouvelle impulsion lumineuse est immédiatement réémise depuis la salle des machines. Quel est à présent le temps Δt_2 que met la lumière entre son émission depuis la salle des machines et son arrivée dans le cockpit, mesuré depuis la tour de contrôle ? Encore une fois, pensez au fait que le vaisseau spatial est en mouvement.

vii. (1 pt) On définit Δt comme $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Calculez $\Delta t'$.

viii. (0.5 pts) Afin que l'horloge de la salle des machines fonctionne de manière synchronisée avec celle du cockpit, on la configure de sorte qu'à l'arrivée de l'impulsion lumineuse, elle affiche la moitié du temps $\Delta t'$. Quel est le temps t'_{M1} affiché à la réception du signal lumineux ?

ix. (1.75 pts) Au temps $t = 0$, on voit depuis la tour de contrôle que l'horloge de la salle des machines affiche $t'_{M0} = t'_{M1} - \Delta t'_1$. Calculez t'_{M0}. Exprimez votre résultat uniquement en fonction de L, v, c et γ. Quel temps $t_{\vec{r}}$ affiche une horloge en un point arbitraire $\vec{r} = (x, y, z)$ de l'espace, au temps $t = 0$?

x. (0.5 pts) Dans la question précédente, nous avons calculé la transformation temporelle au temps $t = 0$ en un point arbitraire $\vec{r}$. A présent, nous souhaitons également calculer cette transformation pour un temps t arbitraire. Lorsque, dans Σ, une durée t s'est écoulée, quelle durée t' s'est écoulée dans Σ' ?

xi. (0.75 pts) Quel temps t'_{x0} est affiché par l'horloge de la salle des machines du vaisseau spatial dans Σ' après un temps t ?

xii. (0.5 pts) Quelle est la coordonnée x de la salle des machines après un temps t ?

xiii. (1.25 pts) Transformez votre solution pour t'_{x0} de sorte à ce qu'elle ne dépende plus que de x, t, v, c et γ. C'est ce que l'on appelle la transformation temporelle de Lorentz.

Problème 2 : Gaz de photons *(16 points)*

Bien que par plusieurs aspects, les photons diffèrent des atomes et des molécules, un gaz de photons peut quand même être décrit à l'aide de quantités thermodynamiques classiques, telles que la température, la pression et l'entropie. Par exemple, la densité d'énergie interne u d'un gaz de photons peut être exprimée en fonction de la température du gaz comme suit :

$$u(T) = \frac{4\sigma T^4}{c} \qquad (1)$$

où σ est la constante de Stefan–Boltzmann et c est la vitesse de la lumière dans le vide. La pression du gaz est exprimée par :

$$p(T) = \frac{u(T)}{3}. \qquad (2)$$

Nous considérons un cycle réversible du gaz de photons comprenant les quatre étapes suivantes :

1. Expansion adiabatique à partir du volume V_1 et de la température T_1 vers le volume V_2 et la température T_2.
2. Compression isotherme jusqu'au volume V_3.
3. Compression adiabatique à partir du volume V_3 et de la température T_2 vers le volume V_4 et la température T_1.
4. Expansion isotherme jusqu'au volume V_1.

i. (3 pts) Dessinez un diagramme p-V ainsi qu'un diagramme T-S pour le cycle thermodynamique décrit ci-dessus.

ii. (2 pts) Utilisez la première loi de thermodynamique ainsi que les équations (1) et (2) pour déterminer quelle est la quantité de chaleur échangée avec le gaz lors de chaque étape du cycle.

iii. (2 pts) Quel est le changement d'entropie lors de chaque étape ?

iv. (0.5 pts) Quelle condition la somme des changements d'entropie doit-elle satisfaire ?

v. (1.5 pts) A l'aide de **iii.** et de **iv.** montrez que

$$T_1^3(V_1 - V_4) = T_2^3(V_2 - V_3)$$

vi. (2 pts) Déterminez l'efficacité thermodynamique du cycle et montrez qu'elle correspond à l'efficacité du cycle de Carnot. *Note :* $\eta \overset{\text{def}}{=} \frac{W_{cycle}}{Q_{fourni}}$

vii. (3 pts) En vous servant de la relation de la partie **v.** montrez que VT^β et pV^γ sont constants pour un processus adiabatique. Quelle est la valeur des constantes β et γ ? Comparez vos résultats avec ceux d'un gaz parfait.
Indice : Comment la relation de la partie **v.** peut-elle être satisfaite pour des valeurs arbitraires du volume V_1 ?

viii. (1 pt) Quelle est la pression du gaz de photons à température ambiante ? Est-elle plus ou moins importante par rapport aux pressions que nous rencontrons dans la vie quotidienne ?

ix. (1 pt) Décrivez un dispositif expérimental avec lequel le cycle thermodynamique pourrait être réalisé, du moins sur le principe. Quelles seraient les difficultés pratiques présentées par une telle expérience.

Problème 3 : Effet Hall *(16 points)*

Dans ce problème nous allons nous intéresser au fonctionnement d'une sonde à effet Hall et à ses potentielles applications.

Partie A. On fait de la résistance ... (3 points)

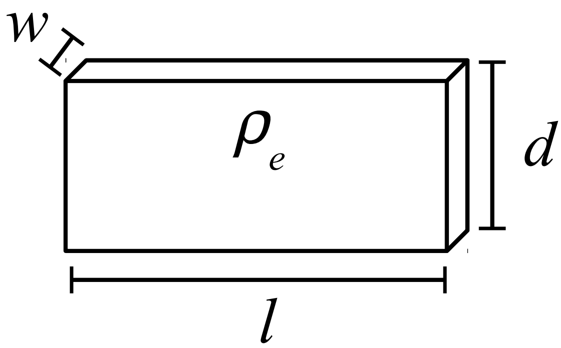

Fig. 1 – Morceau de conducteur

Nous allons utiliser un morceau d'argent, qui est un bon conducteur électrique (résistivité électrique $\rho_e = 1.587 \times 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$) de longueur l, de largeur d et d'épaisseur w (cf figure 1).

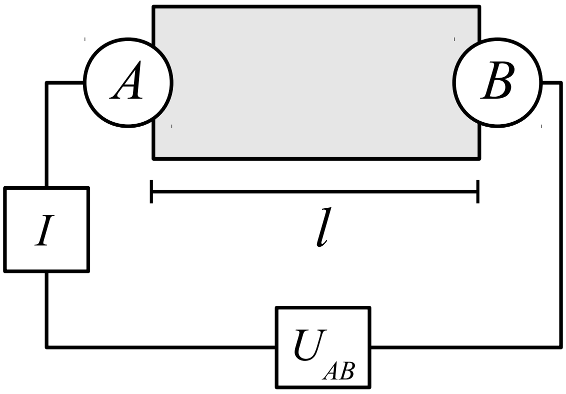

Fig. 2 – Montage du circuit, les carrés représentent l'ampèremètre (I) et la source de tension (U_{AB}).

On connecte les deux extrémités A et B du sens de la longueur à une source de tension U_{AB} et on mesure le courant I qui passe dans le morceau de conducteur (cf figure 2). On répète la mesure plusieurs fois. Les résultats sont consignés dans la table 1.

#	U_{AB}(µV)	I(A)
1	-10	-0.252
2	-2	-0.05
3	5	0.126
4	15	0.378

Tab. 1 – Mesures de courant effectuées sur le morceau de conducteur

i. (2 pts) À l'aide des mesures de la table 1 déterminez la résistance du morceau de conducteur. On considère que la résistance dans le reste du circuit est négligeable.

ii. (1 pt) Déterminez l'épaisseur w en fonction des autre variables surmentionnées. *(Prenez $l = 5\,\mathrm{cm}$ and $d = 2\,\mathrm{cm}$ pour l'application numérique)*

Partie B. .. au courant (3 points)

Nous aimerions exprimer le courant allant de A à B en fonction de la vitesse moyenne des électrons dans ce matériel v_d, de la densité moyenne de ces derniers par unité de volume n_e, de leur charge e et des paramètres géométriques pertinents du morceau de conducteur.

i. (2 pts) Trouvez les valeurs des exposants dans cette expression du courant :

$$I = n_e^{\alpha} e^{\beta} v_d^{\gamma} w^{\delta} d^{\epsilon} l^{\kappa}$$

ii. (0.5 pts) Dans quel sens vont les électrons ?

iii. (0.5 pts) Quels sont les paramètres dépendant du matériau (et non de sa géométrie) ?

Partie C. Dans les champs (5 points)

Maintenant on positionne le morceau dans un champ magnétique homogène qui pointe perpendiculairement à l et d comme sur la figure 3. Le courant circule toujours de A à B.

i. (0.5 pts) Quelle est la direction de la force de Lorentz qui agit sur les électrons se déplaçant à l'intérieur du morceau de conducteur ? *(Une réponse sans explications ou schéma ne compte pas)*

ii. (0.5 pts) Quelle est l'intensité de cette force ?

Si l'on branche un volmètre entre les points C et D on mesure une tension U_{CD} stable après un certain temps.

iii. (2.5 pts) Pouvez-vous expliquer pourquoi ? *(Détaillez votre réponse autant que possible. Note : il est préferable de répondre à cette question après avoir traité les autres points de la partie C)*

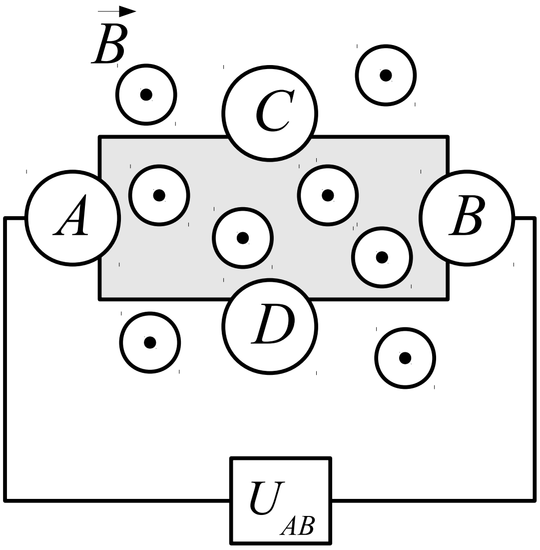

Fig. 3 – Morceau de conducteur

iv. (0.5 pts) Dans quelle direction le champ électrique entre C et D pointe-t-il ?

v. (0.5 pts) Quelle est la direction de la force électrique qui agit sur les électrons se déplaçant à l'intérieur du morceau de conducteur ? *(Une réponse sans explications ou schéma ne compte pas)*

vi. (0.5 pts) Quelle est l'intensité de cette force ?

Partie D. Le plat de résistance (5 points)

Au bout d'un certain temps les forces s'annulent et les électrons ne sont plus déviés de leur route à travers le conducteur mais la tension U_{CD} est toujours bien présente !

i. (2 pts) Écrivez I_{AB} et U_{CD} en fonction de B, E, n_e, e et des paramètres géométriques pertinents.

ii. (1 pt) On définit la *résistance de Hall* par

$$R_H = \frac{U_{CD}}{I_{AB}}$$

Calculez cette valeur algébriquement.

iii. (0.5 pts) Pour un champ magnétique de 0.5 T et $U_{AB} = 2\,\mathrm{V}$ on mesure $U_{CD} = 14\,717\,\mu\mathrm{V}$, trouvez la valeur de n_e.

Maintenant notre sonde est prête ! On la place dans un champ magnétique uniforme et on mesure une tension $U_{CD} = 10\,\mathrm{mV}$ alors qu'on applique une tension $U_{AB} = 0.7\,\mathrm{V}$.

iv. (0.5 pts) Que vaut l'intensité du champ magnétique détecté par la sonde ?

v. (1 pt) Est-ce que cette valeur nous permet de connaître la direction du champ magnétique ? *(Justifiez votre réponse)*

Olympiades Suisses de Physique

Tour final

Aarau, 26 mars 2017

Partie théorique 2 : 6 questions courtes

Durée	:	60 minutes
Cotation	:	24 points (6·4)
Moyens autorisés	:	- Calculatrice sans base de données
		- Matériel pour écrire et dessiner

NB : Commencez chaque problème sur une nouvelle feuille

Bonne chance !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Problème 1 : Le martien *(4 points)*

Nous voulons estimer la détente d'un astronaute de 70 kg. Pour ce faire, nous lui demandons de sauter le plus haut possible dans une centrale d'opération basée sur Terre. Il commence par plier ses genoux et fait baisser son centre de gravité de 40 cm. Au plus haut du saut, son centre de gravité se situe 50 cm au-dessus de sa position initiale, à savoir lorsque l'astronaute se tient droit.

i. (2 pts) Calculez la force moyenne exercée par ses jambes sur le sol pendant le saut. Négligez les éventuelles forces de frottements.

ii. (1.5 pts) A présent, nous voulons estimer à quelle hauteur l'astronaute peut sauter sur Mars. Considérez qu'il effectue le même mouvement que sur Terre et qu'il porte un scaphandre de 100 kg. L'accélération de la gravité à la surface de Mars est $g_{\text{Mars}} = 0.38 \cdot g_{\text{Terre}}$. Comme l'atmosphère martienne est ténue, les forces de frottements sont également négligeables.

Admettons qu'il y ait sur Mars une base climatisée dans laquelle l'astronaute peut se déplacer sans scaphandre.

iii. (0.5 pts) A quelle hauteur parviendra-t-il à sauter (en considérant qu'il ne se cogne pas la tête au plafond !) ?

Problème 2 : La souplesse du rebond *(4 points)*

Dans une salle de gymnastique, nous laissons tomber un ballon d'exercice physiothérapeutique et une balle de tennis (depuis une certaine hauteur). Le ballon d'exercice touche le sol en premier et rebondit. Il entre en collision, à $h_0 = 48$ cm du sol, avec la balle de tennis, qui est toujours en train de chuter. A cause de la collision, la balle de tennis se fait propulser à la verticale.

Voici tout d'abord quelques données : la balle de tennis a une masse de $m = 60$ g et un diamètre de $d = 6.7$ cm. La masse et le diamètre du ballon d'exercice sont respectivement $M = 1.00$ kg et $D = 22$ cm. A partir de l'observation décrite ci-dessus, nous nous posons les questions suivantes :

i. (2.5 pts) Nous commençons par nous occuper de la collision des deux balles. Grâce à l'enregistrement d'une caméra ultra-rapide, nous pouvons calculer que le ballon d'exercice avait une vitesse de $v_M^{\text{in}} = 2.8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ avant la collision, alors que la vitesse de la balle de tennis était $v_t^{\text{in}} = 4.6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Nous considérons que le choc est complètement élastique. De plus, comme il a eu lieu durant un intervalle de temps très court $\Delta t < 1/40$ s, vous pouvez négliger la force de pesanteur durant la collision.
Calculez la vitesse de la balle de tennis v_t^{fin} immédiatement après le choc.

ii. (1.5 pts) Donnez une limite supérieure pour la hauteur que la balle de tennis pourrait atteindre. Pourquoi ne l'atteindra-t-elle pas ?

Problème 3 : Deux couchers de soleil *(4 points)*

Vous souhaiteriez profiter d'une soirée romantique avec votre copain/copine. Vous vous rendez donc avec lui/elle sur une plage – avec un élévateur – afin d'admirer le coucher du soleil. A l'instant où le soleil disparaît, vous démarrez l'élévateur et montez de $h = 6$ m. L'élévateur a une vitesse de $v = 0.3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ainsi, vous pouvez observer le coucher du soleil une fois au niveau de la mer, puis une deuxième fois à exactement 6 m d'altitude.

i. (0.5 pts) Durant le temps que vous avez utilisé pour faire complètement monter la nacelle, la Terre a tourné sur elle-même. Calculez son angle de rotation θ.

ii. (1 pt) Quelle hauteur (sur l'axe vertical) atteignent les rayons du soleil au moment où la nacelle arrive tout au sommet ? Exprimez votre résultat algébriquement.

iii. (1.5 pts)) Pouvez-vous observer une deuxième fois le coucher du soleil ? Le rayon de la Terre mesure $r_T = 6371$ km.

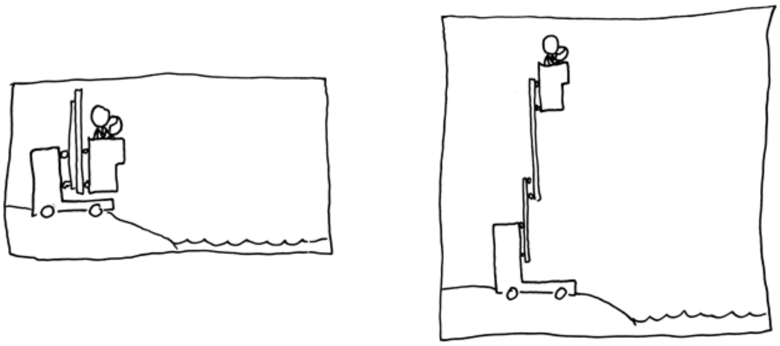

Fig. 1 – Source : xkcd.com

iv. (1 pt) Si oui, pouvez-vous également observer un deuxième coucher de soleil si l'élévateur était plus lent de $\Delta v = -0.02\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$? Si non, pourriez-vous admirez un deuxième coucher de soleil si la vitesse de l'élévateur était plus grande de $\Delta v = 0.02\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$?

Problème 4 : Circuit résonant en parallèle *(4 points)*

Nous avons deux circuits oscillants, comme représentés sur l'image. Les valeurs sont $L = 1\,\mathrm{mH}$, $C = 100\,\mathrm{\mu F}$, $R = 10\,\Omega$. Le facteur de qualité d'un circuit résonnant est defini par $Q = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$.

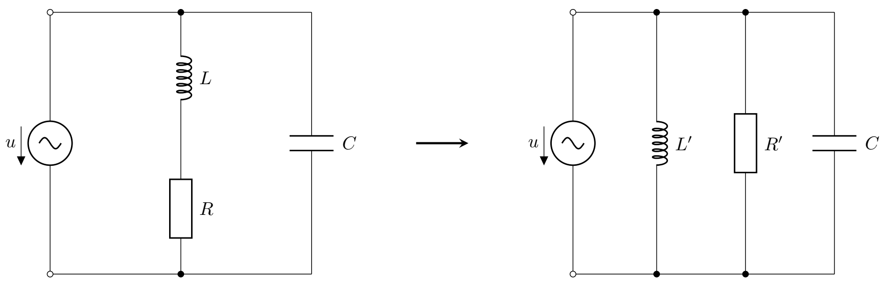

Fig. 2 – A gauche : circuit initial. A droite : circuit transformé.

i. (2 pts) Calculez la fréquence de résonance du circuit initial.

Indication : A la fréquence de résonance, le courant réactif disparaît.

ii. (2 pts) Vous transformez le circuit initial en un circuit entièrement en parallèle de façon à ce que l'impédance des deux circuits lors de la résonnance soit la même. Soit $f_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ la fréquence de résonance du circuit modifié. Que vaut le facteur de qualité du circuit modifé ?

Problème 5 : De la fuite dans les idées *(4 points)*

Blaise a construit une nouvelle piscine dans son jardin et l'a conçue lui-même. La piscine est un cylindre parfait reposant sur le sol (horizontal), avec les dimensions suivantes : un diamètre de 1 m et une hauteur de 1.5 m. Blaise remplit la piscine jusqu'au sommet avec de l'eau.

i. (2 pts) Evangelista, le petit frère de Blaise, perce un trou sur la paroi de la piscine à une hauteur h depuis le sol, et de l'eau commence donc à s'échapper. A quelle vitesse sort l'eau depuis le trou ? Justifiez votre réponse avec un calcul approprié.

ii. (1 pt) Quelle distance horizontal (depuis le trou) atteint une goutte d'eau au moment où elle touche le sol ?
iii. (1 pt) A quelle hauteur (depuis le sol) Evangelista devrait-il faire un trou de sorte à ce qu'une goutte d'eau ait parcouru la distance horizontale maximum depuis le trou au moment de toucher le sol ?

Problème 6 : Comme en 14 *(4 points)*

Le ^{14}C (carbone 14) est un isotope radioactif du carbone, présent dans les matériaux organiques. On trouve en fait trois isotopes du carbone dans la nature : le ^{12}C, présent à environ 99%, le ^{13}C, présent à 1%, et le ^{14}C seulement présent à l'état de trace. Ce dernier isotope est cependant radioactif, avec une demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ d'environ 5730 ans. Le ^{14}C se désintègre en ^{14}N, un isotope stable, par désintégration bêta.

Le ^{14}C est principalement produit dans l'atmosphère par l'intermédiaire du rayonnement cosmique. Les organismes vivants, par exemple les plantes, absorbent du ^{14}C durant leur cycle de vie et l'on peut considérer qu'ils contiennent le même pourcentage de ^{14}C que celui présent dans l'atmosphère. Lorsque cet organisme meurt, la quantité fixe de ^{14}C qu'il contient va commencer à se désintégrer. En mesurant la quantité de ^{14}C restante dans cet organisme, on peut approximativement déterminer son âge (ou plus précisément le temps entre sa mort et la mesure).

Supposons qu'un échantillon ne possède aujourd'hui plus que 10% de la quantité originale de ^{14}C qu'il contenait initialement.
i. (1 pt) Quel est l'âge de cet échantillon ?

A partir de maintenant, on suppose que le rapport $\frac{^{14}C}{^{12}C} \approx 10^{-12}$ dans l'atmosphère est plus ou moins constant et toujours le même que par le passé[1]. Nous utilisons le même échantillon que dans la question précédente. Votre collègue n'est pas très minutieux et, malheureusement, il contamine 5% de votre échantillon avec du carbone moderne (c'est-à-dire que 5% de l'échantillon original est remplacé par du carbone moderne). Vous refaites à présent une mesure sur votre échantillon contaminé.
ii. (1.5 pts) Va-t-il apparaître plus vieux ou plus jeune que lors de à la première mesure ? Justifiez votre réponse. Quel âge allez-vous trouver pour cet échantillon contaminé ?

12g de C sont équivalents à 1 mol. Le corps humain est principalement composé d'eau et de carbone, et comme nous contenons donc des traces de ^{14}C, cela signifie que nous sommes naturellement radioactifs !
iii. (1.5 pts) Estimez l'activité[2] du corps humain causée par le ^{14}C. N'oubliez pas de spécifiez vos hypothèses.

1. Ce n'est pas exactement le cas ; par exemple, les essais nucléaires atmosphériques menés entre 1955 and 1963 ont produit du ^{14}C dans l'atmosphère, augmentant ainsi significativement sa présence ! En réalité, on devrait donc effectuer une calibration au moyen d'autres méthodes afin de déterminer l'évolution du rapport exact $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ dans le temps.

2. L'activité peut être définie comme la dérivée temporelle du nombre de désintégrations. Son unité est le Bequerel, noté Bq, qui décrit un nombre de désintégrations par seconde.