Olimpiadi Svizzere di Fisica

Seconda selezione

Aarau, 25 marzo 2017

Parte teorica 1 : Problemi – 3 esercizi

Durata	:	150 minuti
Totale	:	48 punti (3·16)
Materiale autorizzato	:	- Calcolatrice non programmabile
		- Materiale per scrivere e disegnare

NB : Iniziate ogni problema su un nuovo foglio

Buon lavoro !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
ERNST GÖHNER STIFTUNG Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Problemi teorici

Durata : 120 minuti
Valutazione : 48 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Costante di Planck	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Carica elementare	e	$=$	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Costante gravitazionale	G	$=$	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Accelerazione terrestre	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Numero di Avogadro	N_A	$=$	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Costante dei gas	R	$=$	$8.314\,459\,8(48)\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k_B	$=$	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$=$	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$

Esercizio 1 : Sincronizzazione degli orologi *(16 punti)*

In questo problema, vogliamo derivare le trasformazioni di Lorentz. Le trasformazioni di Lorentz sono le trasformazioni fondamentali dello spazio e del tempo tra due sistemi di riferimento nella relatività ristretta.

Consideriamo la seguente situazione: il Capitano Hendrik è in viaggio con la sua nave spaziale nello spazio interstellare. Il suo volo è osservato dalla Terra. Il Capitano Hendrik supera la torre di controllo della Terra, e si dirige seguendo una traiettoria lineare verso una stazione spaziale geostazionaria (che quindi non si muove rispetto alla Terra).

Consideriamo le seguenti definizioni ((cf Fig.1)):

- Il sistema di riferimento della Terra, in cui anche la stazione spaziale geostazionaria si trova, viene considerato come sistema di riferimento a riposo. Lo indichiamo con Σ. Tutte le dimensioni misurate in rapporto a Σ vengono indicate senza apostrofo. La torre di controllo costituisce l'origine del sistema di coordinate in Σ.
- Indichiamo il sistema di riferimento della nave spaziale con Σ'. Tutte le dimensioni che vengono misurate dalla torre di controllo in rapporto a Σ' vengono indicate con un apostrofo. Il cockpit della nave spaziale si trova nella punta, e funge da origine del sistema di riferimento Σ'.
- Il Capitano Hendrik conduce la sua nave spaziale con velocità costante $v > 0$ lungo l'asse x di Σ.
- L'asse x di Σ coincide con l'asse x' di Σ'.
- Gli assi y e z di Σ sono paralleli agli assi y' e z' di Σ'. Tutti i calcoli possono quindi essere svolti considerando il problema come monodimensionale lungo l'asse x.
- Non appena la punta della nave spaziale sorvola la torre di controllo, gli orologi della la torre di controllo e della nave spaziale vengono azzerati. Quindi a $t = t' = 0$ le origini dei due sistemi di riferimento coincidono.
- Le coordinate della stazione spaziale geostazionaria nel sistema di riferimento Σ sono $(x_0, 0, 0)$
- Trascuriamo gli effetti della gravità.

Fig. 1: Situazione al tempo $t = 0$. **A** : Terra **B** : nave spaziale del Capitano Hendrik **C** : Torre di controllo **D** : Stazione spaziale geostazionaria **E** : Assi x e x'

Inoltre consideriamo i seguenti fatti come conosciuti:

- Una lunghezza nel sistema in movimento appare minore se misurata dal sistema a riposo (contrazione delle lunghezze). Vale
$$\Delta l' = \gamma \cdot \Delta l$$
- Il tempo del sistema in movimento scorre più lentamente quando misurato dal sistema a riposo (dilatazione del tempo). Vale
$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$$
- γ è definito come
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Parte A. Meccanica classica (1.25 punti)

In questa prima parte consideriamo che v sia molto piccola, e per questo non sussiste alcun effetto relativistico ($\gamma \approx 1$). Vogliamo quindi per ora considerare le trasformazioni spaziali e temporali della meccanica classica, denominate trasformazioni di Galileo.

i. (0.25 pt) Qual è la coordinata x della stazione spaziale geostazionaria dopo un tempo t in rapporto a Σ.

ii. (0.75 pt) Qual è la coordinata x' della stazione spaziale geostazionaria dopo un tempo t in rapporto a Σ'.

iii. (0.25 pt) Qual è il tempo t', quando è trascorso un tempo t?

Parte B. Trasformazioni spaziali di Lorentz (2.25 punti) Da ora consideriamo v sufficientemente grande da imporre effetti relativistici ($\gamma \neq 1$). Vogliamo quindi considerare le trasformazioni spaziali, e per questo ci serve la stazione spaziale geostazionaria. In un caso non relativistico, la trasformazione spaziale di Lorentz si ridurrebbe alle formule che hai calcolato nella domanda **A ii)**.

i. (0.25 pt) Qual è la posizione x della stazione spaziale geostazionaria nel sistema Σ al tempo t?

ii. (0.5 pt) Quanto è grande la distanza tra la nave spaziale (nello specifico l'origine di Σ') e la stazione spaziale geostazionaria dopo un tempo t nel sistema Σ?

iii. (0.5 pt) La nave spaziale porta con sé una copia del metro di riferimento [1]. Quanto apparirà lungo questo oggetto, se osservato dalla torre di controllo?

iv. (0.75 pt) Quanto grande appare la distanza tra la nave spaziale e la stazione spaziale geostazionaria dopo un tempo t, dal punto di vista della torre di controllo, in termini di unità di misura di Σ' (quindi in funzione della lunghezza del metro di riferimento nel sistema Σ')?

v. (0.25 pt) Qual è la coordinata x' della stazione spaziale geostazionaria nel sistema Σ'? Questa è la trasformazione spaziale di Lorentz.

Parte C. Trasformazioni temporali di Lorentz (12.5 punti) Consideriamo ora le trasformazioni temporali di Lorentz. In eventi non relativistici, queste formule si riducono a quelle che hai ottenuto nella domanda **A iii)**.

Nel momento in cui il Capitano Hendrik supera la torre di controllo, sincronizza gli orologi della sua nave spaziale. Per derivare la trasformazione temporale, consideriamo la sincronizzazione degli orologi nei sistemi Σ' e Σ. Sincronizzati significa che due orologi mostrano la stessa ora in un sistema di riferimento (eventualmente, agli occhi di una persona i due orologi mostreranno un tempo diverso, poiché la luce impiega un po' più tempo per percorrere la distanza tra l'orologio più lontano e gli occhi dell'osservatore).

i. (0.5 pt) Di seguito vogliamo capire in che modo sia possibile sincronizzare al meglio due orologi. L'orologio nella torre di controllo, azzerato al passaggio del Capitano Hendrik, deve venir sincronizzato con quello della stazione spaziale geostazionaria. Per fare ciò, la torre di controllo lancia un impulso luminoso in direzione della stazione spaziale geostazionaria, il quale la raggiunge dopo un tempo Δt_1. Calcola Δt_1.

ii. (0.5 pt) Nel momento in cui l'impulso luminoso raggiunge la stazione spaziale geostazionaria, questo viene registrato e un nuovo impulso luminoso viene spedito immediatamente (quindi senza ritardi di tempo) dalla stazione spaziale geostazionaria verso la torre di controllo. Calcola l'intervallo di tempo Δt_2 dal momento in cui la stazione spaziale geostazionaria emette l'impulso al momento in cui viene ricevuto dalla torre di controllo.

iii. (0.75 pt) Per far sì che l'orologio sulla stazione spaziale geostazionaria sia sincronizzato con quello della torre di controllo, consideriamo che all'arrivo dell'impulso luminoso l'orologio sulla stazione spaziale geostazionaria indichi la metà del tempo $\Delta t_1 + \Delta t_2$. Quale tempo è quindi indicato sull'orologio della stazione spaziale geostazionaria nel momento in cui riceve l'impulso luminoso? Quale ora indica al tempo $t = 10s$?

iv. (0.5 pt) Ora abbiamo calcolato una sincronizzazione tra orologi nel sistema a riposo. Ora concentriamoci sulla sincronizzazione degli orologi sulla nave spaziale. Al passaggio dalla torre di controllo, anche il Capitano Hendrik azzera il suo orologio nel cockpit. Inoltre vuole sincronizzare anche l'orologio nella sala macchine, in fondo alla nave, con quello nel cockpit. Quindi svolge una sincronizzazione degli orologi, che osserviamo dalla Terra. Prima di iniziare con la sincronizzazione, ci serve la distanza del tragitto nel sistema Σ. Consideriamo che nelle schematiche della nave, la lunghezza della nave sia indicata con L'. Quanto appare lunga la nave spaziale, se vista da Σ?

Consideriamo ora che per sincronizzare gli orologi la luce debba viaggiare dalla punta alla coda della nave.

v. (2 pt) Possiamo ora iniziare con l'effettiva sincronizzazione degli orologi. Come per la sincronizzazione con la stazione spaziale geostazionaria, il Capitano Hendrik manda un impulso luminoso dal cockpit alla sala macchine. Calcola il tempo Δt_1 necessario alla luce per percorrere la distanza in questione nel sistema Σ. Considera: quando considerata da Σ, la nave spaziale si muove con ve-

[1] In passato il metro era definito come la lunghezza di una sbarra che serviva da taratura. Per questo problema significa che la lunghezza del metro di riferimento è esattamente un metro nel sistema in cui è a riposo, e quindi definisce l'unità di lunghezza.

locità v in direzione opposta all'impulso luminoso, che viaggia a velocità c.

vi. (2 pt) Anche in questa sincronizzazione, l'orologio in sala macchine invia un nuovo segnale di ritorno, non appena il segnale dal cockpit arriva. Quanto è grande stavolta l'intervallo di tempo Δt_2, che l'impulso luminoso necessita per viaggiare dalla sala macchine al cockpit, misurato dalla torre di controllo? Considera anche in questo caso che la nave è in movimento.

vii. (1 pt) Definiamo Δt come $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Calcola $\Delta t'$.

viii. (0.5 pt) Per sincronizzare l'ora nella sala macchine con quella nel cockpit, si consideri che quando il segnale luminoso sopraggiunge, l'orologio in sala macchine indica la metà di $\Delta t'$. Quale tempo t'_{M1} mostra l'orologio in sala macchine all'arrivo del segnale?

ix. (1.75 pt) Al momento $t = 0$, dalla torre di controllo si vede che l'orologio nella sala macchine mostra il tempo $t'_{M0} = t'_{M1} - \Delta t'_1$. Quanto grande è t'_{M0}? Esponi il risultato usando solo L, v, c e γ. Che tempo $t_{\vec{r}}$ mostra un orologio in un punto arbitrario $\vec{r} = (x, y, z)$ dello spazio al tempo $t = 0$?

x. (0.5 pt) Nella domanda precedente abbiamo considerato la trasformazione al tempo $t = 0$ in un punto arbitrario $\vec{r}$. Ora vogliamo fare la stessa cosa ma per un tempo arbitrario t. Se nel sistema Σ è trascorso un tempo t, quanto tempo t' è trascorso nel sistema Σ'?

xi. (0.75 pt) Che tempo t'_{x0} mostra l'orologio nella sala macchine della nave nel sistema Σ' dopo un tempo t?

xii. (0.5 pt) Qual è la coordinata x della sala macchine dopo un tempo t?

xiii. (1.25 pt) Trasforma la tua soluzione per t'_{x0} in modo che dipenda unicamente da x, t, v, c e γ. Questa è la trasformazione del tempo di Lorentz.

Esercizio 2 : Gas di fotoni *(16 punti)*

Nonostante i fotoni si differenzino in molti aspetti da atomi e molecole, si può descrivere un gas di fotoni con quantità termodinamiche usuali, come temperatura, pressione ed entropia. Per esempio, la densità di energia interna u di un gas di fotoni si può esprimere in funzione della temperatura come

$$u(T) = \frac{4\sigma T^4}{c}\,, \tag{1}$$

dove σ è la costante di Stefan–Boltzmann e c è la velocità della luce nel vuoto. La pressione del gas è

$$p(T) = \frac{u(T)}{3}. \tag{2}$$

Consideriamo adesso un ciclo reversibile del gas di fotoni composto dai seguenti quattro processi:

1. Espansione adiabatica dal volume V_1 e temperatura T_1 al volume V_2 e temperatura T_2.
2. Compressione isoterma fino al volume V_3.
3. Compressione adiabatica dal volume V_3 e temperatura T_2 al volume V_4 e temperatura T_1.
4. Espansione isoterma fino al volume V_1.

i. (3 pt) Disegna un diagramma p-V e uno T-S per il ciclo termodinamico appena descritto.

ii. (2 pt) Usa la prima legge della termodinamica e le equazioni (1)-(2) per determinare la quantità di calore scambiata con il gas durante ognuno dei quattro processi.

iii. (2 pt) Di quanto cambia l'entropia in ogni processo?

iv. (0.5 pt) Quale condizione deve soddisfare la somma dei cambiamenti di entropia?

v. (1.5 pt) Con l'aiuto dei punti **iii.** e **iv.** dimostra che

$$T_1^3(V_1 - V_4) = T_2^3(V_2 - V_3)$$

vi. (2 pt) Determina il rendimento del ciclo termodinamico e dimostra che corrisponde al rendimento del ciclo di Carnot. *Aiuto:* $\eta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{W_{ciclo}}{Q_{fornito}}$

vii. (3 pt) Usando la relazione del punto **v.**, dimostra che VT^β e pV^γ sono costanti per un processo adiabatico. Qual è il valore delle costanti β e γ? Compara il tuo risultato con quello di un gas ideale.
Aiuto: Com'è possibile soddisfare la relazione del punto **v.** per qualsiasi volume V_1?

viii. (1 pt) Qual è la pressione del gas di fotoni a temperatura ambiente? È poco o molto in confronto alle pressioni che incontri nella vita quotidiana?

ix. (1 pt) Descrivi un apparato sperimentale con il quale puoi realizzare il ciclo termodinamico. Quali difficoltà pratiche potresti incontrare?

Esercizio 3 : Effetto Hall *(16 punti)*

In questo problema ci interessiamo al funzionamento di un sensore a effetto Hall e alle sue potenziali applicazioni.

Parte A. Mettiamo della resistenza ... (3 punti)

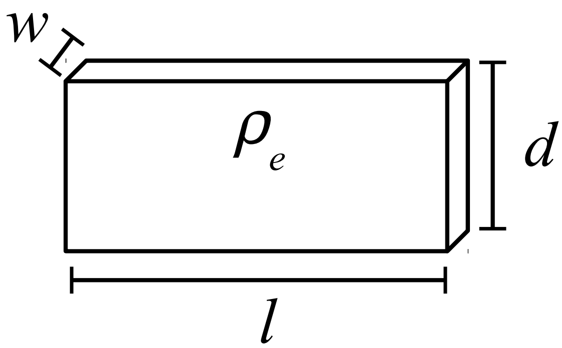

Fig. 1: Pezzo di conduttore

Nel seguito utilizzeremo un pezzo d'argento, che è un buon conduttore elettrico, avente resistività elettrica $\rho_e = 1.587 \times 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\text{m}$, lunghezza l, larghezza d e spessore w (cf figura 1).

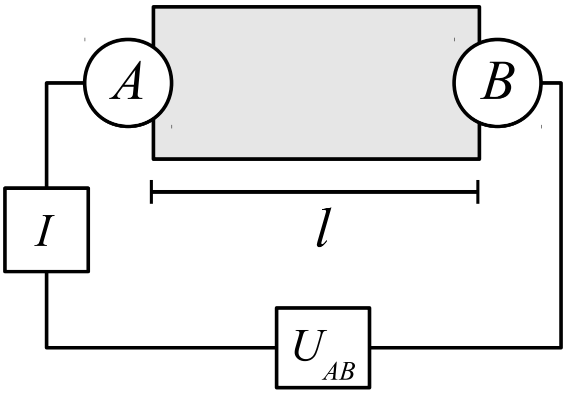

Fig. 2: Schema del circuito elettrico; i quadrati rappresentano l'amperometro (I) e il generatore di tensione (U_{AB}).

Connettiamo le due estremità A e B nel senso della lunghezza ad un generatore di tensione U_{AB} e misuriamo la corrente I che passa nel pezzo di conduttore (cf figura 2). Ripetiamo la misura più volte; i risultati sono mostrati nella tabella 1.

#	U_{AB}(µV)	I(A)
1	-10	-0.252
2	-2	-0.05
3	5	0.126
4	15	0.378

Tab. 1: Misure della corrente effettuate sul pezzo di conduttore

i. (2 pt) Usando le misure della tabella 1 determinate la resistenza del pezzo di conduttore. Supponete che la resistenza nel resto del circuito è trascurabile.

ii. (1 pt) Determinate lo spessore w in funzione delle altre variabili sovramenzionate. *(Per il calcolo numerico usate $l = 5\,\text{cm}$ e $d = 2\,\text{cm}$)*

Parte B. ... alla corrente (3 punti)

Ci piacerebbe esprimere la corrente che scorre da A a B in funzione della velocità media degli elettroni nel materiale v_d, della loro densità per unità di volume media n_e, della loro carica e e delle dimensioni geometriche appropriate del pezzo di conduttore.

i. (2 pt) Trova il valore degli esponenti nell'espressione seguente per la corrente:

$$I = n_e^{\alpha} e^{\beta} v_d^{\gamma} w^{\delta} d^{\epsilon} l^{\kappa}$$

ii. (0.5 pt) In quale senso vanno gli elettroni?

iii. (0.5 pt) Quali sono i parametri che dipendono dal materiale (e non dalla sua geometria)?

Parte C. Nei campi (5 punti)

Adesso mettiamo il pezzo di conduttore in un campo magnetico omogeneo perpendicolare a I e d (cf figura 3). La corrente scorre sempre da A a B.

i. (0.5 pt) Qual è la direzione della forza di Lorentz che agisce sugli elettroni che si spostano all'interno del pezzo di conduttore? *(Una risposta senza spiegazioni/motivazioni o schizzo non verrà presa in considerazione)*

ii. (0.5 pt) Qual è il valore di questa forza?

Se si attacca un voltmetro fra i punti C e D si misura una tensione U_{CD} stabile dopo abbastanza tempo.

iii. (2.5 pt) Riesci a spiegare perché? *(Sviluppa la tua risposta il più possibile. NB: È meglio rispondere a questa domanda dopo aver risposto ad altri punti della parte C)*

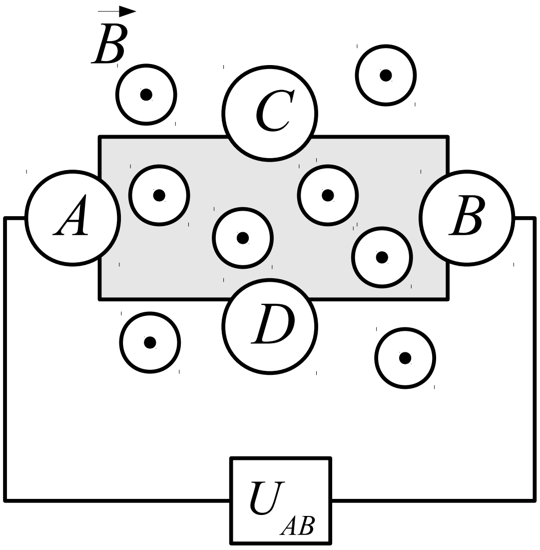

Fig. 3: Pezzo di conduttore

iv. (0.5 pt) In quale direzione punta il campo elettrico tra C e D?

v. (0.5 pt) Qual è la direzione della forza elettrica che agisce sugli elettroni che si muovono all'interno del pezzo di conduttore? *(Una risposta senza spiegazioni/motivazioni o schizzo non verrà presa in considerazione)*

vi. (0.5 pt) Qual è il valore di questa forza?

Parte D. Il culmine (5 punti)

Dopo un certo periodo di tempo le forze si annullano e gli elettroni non sono più deviati dal loro tragitto all'interno del conduttore nonostante la tensione U_{CD} sia sempre presente!

i. (2 pt) Scrivi I_{AB} e U_{CD} in funzione di B, E, n_e, e e dei parametri geometrici appropriati.

ii. (1 pt) La resistenza di Hall si definisce come

$$R_H = \frac{U_{CD}}{I_{AB}}$$

Calcola questo valore algebricamente.

iii. (0.5 pt) Trova il valore di n_e se per un campo magnetico di $0.5\,\mathrm{T}$ e $U_{AB} = 2\,\mathrm{V}$ si misura $U_{CD} = 14\,717\,\mu\mathrm{V}$.

Adesso il nostro sensore è pronto! Lo mettiamo in un campo magnetico uniforme e misuriamo una tensione $U_{CD} = 10\,\mathrm{mV}$ quando si applica una tensione $U_{AB} = 0.7\,\mathrm{V}$.

iv. (0.5 pt) Qual è l'intensità del campo magnetico nel quale è immerso il sensore?

v. (1 pt) Questo valore ci permette di conoscere la direzione del campo magnetico? *(Motiva la tua risposta)*

Olimpiadi Svizzere di Fisica

Seconda selezione

Aarau, 25 marzo 2017

Parte teorica 2	**:**	**6 domande corte**
Durata	:	60 minuti
Totale	:	24 punti (6·4)
Materiale autorizzato	:	- Calcolatrice non programmabile
		- Materiale per scrivere e disegnare

NB : Iniziate ogni problema su un nuovo foglio

Buon lavoro !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Problema 1 : Il marziano *(4 Punti)*

Vogliamo stimare il balzo di un astronauta di massa 70 kg. A questo scopo gli preghiamo di saltare più in alto che può nella nostra stazione di allenamento qui sulla Terra. Lui si piega dapprima sulle ginocchia, in modo da abbassare il suo baricentro di 40 cm. Nel punto più alto del salto il suo baricentro raggiunge un'altezza di 50 cm maggiore rispetto a quando si trova in piedi in posizione eretta.

i. (2 Pts) Calcola la forza media che le sue gambe esercitano sul pavimento durante il salto. Tralascia qualsiasi forza di attrito.

ii. (1.5 Pts) Adesso vogliamo stimare quanto in alto potrebbe saltare l'astronauta su Marte. Assumi che lui effettui lo stesso movimento che ha eseguito sulla Terra e che indossi una tuta spaziale di massa 100 kg. L'accelerazione di gravità sulla superficie di Marte misura $g_{\text{Marte}} = 0.38 \cdot g_{\text{Terra}}$. L'atmosfera è molto rada, puoi quindi trascurare anche qui qualsiasi attrito.

Assumendo che ci sia una stazione di base climatizzata su Marte in cui l'astronauta può muoversi senza tuta spaziale.

iii. (0.5 Pts) Quando può saltare in alto in queste condizioni? (Assumi anche che saltando non picchi la testa sul soffitto)

Problema 2 : Un calcio al pallone medicinale *(4 Punti)*

In palestra lasciamo cadere un pallone medicinale e una pallina da tennis dalla stessa altezza. Il pallone medicinale raggiunge per primo il pavimento e rimbalza verso l'alto. Impatta poi contro la pallina da tennis ad un'altezza $h_0 = 48\,\text{cm}$, mentre quest'ultima è ancora in caduta verso il pavimento, rispedendo quest'ultima verso l'alto.

Un paio di dati: La pallina da tennis ha una massa di $m = 60\,\text{g}$ e un diametro $d = 6.7\,\text{cm}$. Il pallone medicinale ha una massa $M = 1.00\,\text{kg}$ e un diametro $D = 22\,\text{cm}$.

i. (2.5 Pts) All'inizio consideriamo l'urto di entrambe le palle. Grazie ad una telecamera ad alta frequenza possiamo misurare che la velocità della palla medicinale prima dell'impatto è $v_M^{\text{prima}} = 2.8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, mentre per la palla da tennis $v_t^{\text{prima}} = 4.6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Assumiamo un urto completamente elastico e tralasciamo gli effetti della forza peso, visto che l'impatto dura solo una piccola frazione di secondo $\Delta t < 1/40\,\text{s}$.

Calcola la velocità v_t^{dopo} della palla da tennis dopo l'urto.

ii. (1.5 Pts) Indica un limite massimo per l'altezza che può essere raggiunta dalla palla da tennis. Perché non raggiungerà questa altezza?

Problema 3 : Doppio tramonto *(4 Punti)*

Vuoi trascorrere un serata romantica con la tua compagna/il tuo compagno e ti rechi con questa persona sulla spiaggia per vedere il tramonto con un elevatore meccanico. Nel momento in cui il sole tramonta, accendi l'elevatore e ti innalzi fino ad una altezza $h = 6\,\text{m}$. L'elevatore si innalza ad una velocità $v = 0.3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Assumi che vi trovate già nell'elevatore quando osservate il tramonto per la prima volta, vale a dire che lo osserverete una volta all'altezza del mare, e la seconda esattamente a 6 m.

i. (0.5 Pts) Di che angolo ha girato la Terra nel tempo che impiega l'elevatore a raggiungere l'altezza desiderata?

ii. (1 Pt) Quanto "sopra" di te si troveranno i raggi del sole quando hai raggiunto l'altezza desiderata? Riporta il tuo risultato in forma algebrica.

iii. (1.5 Pts) Potete vedere il tramonto una seconda volta? Il raggio della Terra misura $r_E = 6371\,\text{km}$.

iv. (1 Pt) Se sì, potreste osservare il tramonto anche se la velocità dell'elevatore fosse più piccola di $\Delta v = -0.02\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$? Se no, potreste osservare il tramonto se l'elevatore fosse più veloce di $\Delta v = 0.02\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$?

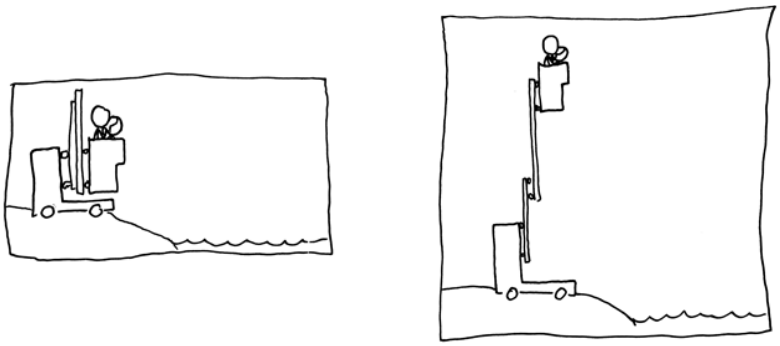

Figura 1: Source : xkcd.com

Problema 4 : Circuito oscillatorio in parallelo *(4 Punti)*

Sia dato un circuito oscillatorio in parallelo come rappresentato nella figura. I valori delle componenti elettroniche sono $L = 1\,\mathrm{mH}$, $C = 100\,\mu\mathrm{F}$, $R = 10\,\Omega$. Il fattore di qualità di un circuito è definito come $Q = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$.

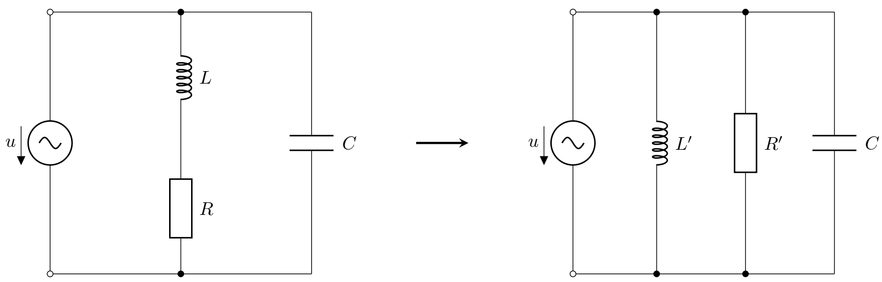

Figura 2: Sinistra: circuito iniziale. Destra: circuito trasformato.

i. (2 Pts) Calcola la frequenza di risonanza del circuito elettrico iniziale.

ii. (2 Pts) Trasforma il circuito iniziale in un circuito oscillatorio strettamente parallelo in modo che l'impedenza dei due circuiti sia uguale alla frequenza di risonanza. Sia $f_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ la frequenza di risonanza del circuito modificato. Qual è il fattore di qualità del circuito modificato?

Problema 5 : Il flusso delle idee *(4 Punti)*

Blaise ha costruito una nuova piscina nel suo giardino che ha progettato da solo. La piscina è un cilindro perfetto che giace su un piano orizzontale, e ha le seguenti dimensioni: un diametro di $1\,\mathrm{m}$ e altezza di $1.5\,\mathrm{m}$. Blaise riempie la piscina di acqua fino in cima.
i. (2 Pts) Evangelista, il fratello minore di Blaise, fa un buco nella parete ad un'altezza h dal suolo. L'acqua comincia quindi ad uscire. Con che velocità fuoriesce l'acqua da questo buco? Giustifica la risposta con dei calcoli.
ii. (1 Pt) A che distanza (orizzontale) dal buco l'acqua toccherà per terra?
iii. (1 Pt) A che altezza (dal suolo) Evangelista dovrebbe fare il buco affinché l'acqua raggiunga la distanza massima possibile dal buco?

Problema 6 : Datazione al carbonio 14 *(4 Punti)*

^{14}C (Carbonio-14) è un isotopo radioattivo del carbonio, presente in ogni materiale organico. In natura possiamo trovare tre diversi tipi di isotopi di carbonio:

^{12}C, presente al 99%, ^{13}C, presente all' 1%, e ^{14}C presente solo in piccole tracce. Quest'ultimo è appunto radioattivo, con un tempo di dimezzamento $t_{\frac{1}{2}}$ di circa 5730 anni[1]. ^{14}C decade in ^{14}N, un isotopo stabile, tramite un decadimento beta.

^{14}C è prodotto principalmente nell'atmosfera dai raggi cosmici. Gli organismi viventi, per esempio le piante, assorbono costantemente ^{14}C durante il loro ciclo vitale, e possiamo considerare che contengano lo stesso rapporto di ^{14}C presente nell'atmosfera. Appena un organismo muore, il quantitativo di ^{14}C che contiene comincia a decadere. Misurando la quantità di ^{14}C presente in un organismo possiamo quindi determinare in modo approssimativo la sua età (vale a dire il tempo passato dalla morte dell'organismo e la misurazione).

Supponiamo che oggi il campione contiene solo il 10% dell'ammontare di ^{14}C che aveva inizialmente.

i. (1 Pt) Quanto è vecchio il campione? Assumiamo adesso che il rapporto $\frac{^{14}C}{^{12}C} \approx 10^{-12}$ nell'atmosfera è più o meno costante e simile al passato[2]. Usiamo lo stesso campione della domanda precedente. Uno dei tuoi colleghi non è molto attento nel maneggiare il campione e sfortunatamente ne contamina il 5% con carbonio moderno (vale a dire che 5% del campione originale è sostituito da carbonio moderno). Tu effettui di nuovo una misurazione del campione contaminato.

ii. (1.5 Pts) Il risultato della datazione sarà più recente o antico rispetto alla prima misurazione? Che età verrà stimata per il campione contaminato?

12g di C sono equivalenti a 1 mole. Un corpo umano è composto principalmente di acqua e carbonio, contiene quindi tracce di ^{14}C, ovvero, siamo naturalmente radioattivi!

iii. (1.5 Pts) Stima l'attività del corpo umano causato dal ^{14}C (ovvero il numero di decadimenti radioattivi per secondo[3]). Non dimenticare di menzionare le tue assunzioni.

---

[1] Il tempo di dimezzamento è definito come segue: Dopo $t_{\frac{1}{2}}$ rimane solo metà della quantità iniziale dell'isotopo, l'altra metà si è trasformata in qualcosa d'altro.

[2] Questo non è sempre esatto. Infatti i test nucleari nell'atmosfera effettuati tra il 1955 e il 1963 hanno portato ad un aumento della produzione di ^{14}C nell'atmosfera. In realtà bisogna effettuare delle calibrazioni con altri metodi di datazione per poter sapere il valore esatto di $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ nelle diverse epoche.

[3] L'unità di misura che descrive il numero di decadimenti radioattivi per secondo è chiamata Becquerel, indicata come Bq.